

Chapitre 1

Modélisation volumique du sous-sol

1.1 Modélisation des propriétés pétrophysiques

L'analyse et la modélisation des propriétés du sous-sol est une étape clé dans l'étude d'un réservoir d'hydrocarbures souterrain. En effet, pour estimer au mieux les réserves disponibles ainsi que pour modéliser la mise en production, il est nécessaire de connaître le plus précisément possible les caractéristiques du milieu. Suivant les méthodes utilisées au cours de l'étude, ces propriétés peuvent être de nature très variable : géophysique (vitesse de propagation des ondes sismiques V_p et V_s , résistivité électrique...), pétrophysique (perméabilité, porosité...), géologique (nature des faciès, fracturation...) etc.

D'un point de vue mathématique, une propriété peut être considérée comme une fonction φ variant sur un domaine d'étude $\mathcal{D}$ plongée dans l'espace géométrique 3D. Il existe deux grandes familles de représentations possibles, chacune permettant de calculer la valeur de la propriété en tout point de $\mathcal{D}$:

- les représentations continues, où la propriété est modélisée comme une fonction mathématique ;
- les représentations discrètes, où la propriété est échantillonnée aux nœuds d'un maillage puis interpolée localement à l'intérieur des mailles.

1.1.1 Représentations continues

Dans les représentations continues, φ est modélisée par une expression mathématique valable sur tout le domaine, de la forme $\varphi(x, y, z) = f(x, y, z)$, où f est une fonction analytique donnée. Pour connaître la valeur de φ en un point quelconque, il suffit d'évaluer la fonction f en ce point. Il est aussi possible de calculer des intégrales sur une aire ou un volume ou des variations entre deux points. Cette méthode a donc l'avantage de la légèreté et de la simplicité. Cependant, il est rare que des propriétés géologiques soient correctement représentables par des fonctions mathématiques simples et, dans les cas complexes, il est impossible de trouver une telle fonction.

De plus, les représentations continues sont mal adaptées à la modélisation de discontinuités d'origine géologique, telles que les failles ou les surfaces d'érosion. Il est pour cela

nécessaire d'utiliser des formulations par domaine, c'est-à-dire avec une fonction f_i pour chaque sous-bloc distinct $\mathcal{D}_i$ du domaine initial. Dans le cas où les discontinuités disparaissent ou apparaissent à l'intérieur d'un bloc, il est encore plus difficile de trouver une formulation mathématique.

Cette représentation est donc limitée à certaines propriétés qui peuvent être approchées par des équations simples (généralement des modèles linéaires ou polynomiaux), comme les vitesses de propagation des ondes sismiques, pour lesquelles les avantages en terme de calculs (comme dans le cas du tracé de rayons, voir [Velten, 1998]) dépassent les inconvénients en terme de précision. Cependant, dès que la propriété à modéliser n'est pas très fortement continue, ce type de représentation n'est plus utilisable.

1.1.2 Représentations discrètes

Lorsqu'une résolution plus fine est nécessaire sur une propriété φ , on utilise généralement un modèle discret, dans lequel la fonction à évaluer est échantillonnée en un certain nombre d'éléments du domaine d'étude. Les éléments d'échantillonnage peuvent être de nature très variée suivant les problèmes (points, segments, surfaces ou volumes – cubes, hexaèdres, polyèdres quelconques...). L'évaluation de la valeur de $\varphi(x, y, z)$ se fait de deux manières différentes :

- si le point (x, y, z) est dans un élément d'échantillonnage de φ , la valeur est donnée directement ;
- sinon, la valeur de $\varphi(x, y, z)$ est estimée en utilisant les valeurs aux éléments d'échantillonnage les plus proches. Cette estimation, tout comme la détermination du voisinage à prendre en compte, peut se faire de multiples façons.

Ces représentations discrètes sont plus adaptées à la modélisation de propriété du sous-sol, car elles permettent de reproduire une finesse de variations quelconque et aussi complexe que nécessaire. Cependant, les algorithmes de modélisation doivent être adaptés par une phase de discrétisation : les lois physiques qui régissent le milieu (lois de la mécanique, des écoulements, processus de sédimentation...) doivent être reformulées sur chaque élément et sur chaque transition entre éléments.

1.1.3 Les différents types de maillages volumiques

La discrétisation du domaine d'étude amène à la nécessité d'un maillage, c'est-à-dire d'un schéma topologique reliant entre eux les éléments d'échantillonnage. Ce maillage permet de définir aisément les voisinages de chaque élément en indiquant les liaisons entre éléments. Il existe plusieurs grandes catégories de maillage suivant leur organisation.

On peut distinguer deux grands critères de classification des maillages volumiques :

- la topologie qui indique comment les nœuds sont reliés entre eux ;
- et la géométrie qui indique où sont situés les nœuds dans l'espace 3D.

Macro- et micro-topologie

On distingue deux niveaux de représentation topologique des objets, la macro-topologie, au niveau global, et la micro-topologie, plus locale.

La micro-topologie indique, au niveau de chaque nœud du maillage, comment sont conservées les informations de voisinage (connections entre nœuds ou éléments de dimension topologique plus élevée) ainsi que leur lien avec une géométrie. Comme les maillages considérés sont importants (plusieurs milliers voire millions de cellules) l'accès à ces informations doit être le plus efficace possible.

Plusieurs modèles de micro-topologie ont été proposés pour représenter des maillages. Le plus simple est le modèle de Weiler (voir [Weiler, 1986], [Weiler, 1984]) qui conserve des *demi-éléments* représentant, par exemple, une arête orientée (partant d'un nœud et joignant un autre). Un triangle, par exemple, sera représenté par trois nœuds, six demi-arêtes (*half edge*) appariées deux à deux et deux demi-triangles représentant les deux faces orientées. Le géomodeleur GOCAD est basé sur cette représentation topologique, qui est relativement facile à implémenter et à appréhender, et c'est celle que nous utiliserons quand des notions topologiques seront nécessaires.

Un autre modèle est celui des *cartes généralisées* (G-Maps, ou Generalized Maps) introduit par Lienhardt ([Lienhardt, 1994]) et développé par B. Lévy dans le cadre de GOCAD ([Lévy, 1999]). L'élément de base de ce modèle est le *brin* (*dart* en anglais), qui représente un chemin dans le graphe d'incidence du maillage (voir paragraphe 1.2.1 et figure 1.5), c'est-à-dire simultanément un nœud, une arête, une surface et un volume (dans un espace à trois dimensions). Cette représentation est plus souple pour modéliser des maillages complexes, mais plus difficile à appréhender.

À l'opposé, la macro-topologie ne se préoccupe plus des éléments de base du maillage, mais plutôt des relations entre les régions. Dans le cadre géologique ces relations indiqueront, par exemple, qu'un bloc donné doit être en contact avec un autre bloc le long d'une surface de faille ou encore qu'une faille doit découper un horizon ou que certaines cellules de part et d'autre d'une faille correspondent aux mêmes terrains. Le paragraphe 1.2.1 présentera le modèle macro-topologique que nous avons utilisé dans ce travail.

Classification des maillages

Le critère géométrique permet de faire la distinction entre les maillages *réguliers* et les maillages *irréguliers*. Dans le cas des premiers, les nœuds sont tous positionnés suivant une fonction mathématique simple et la connaissance de cette fonction, ainsi que de quelques points de repère (généralement une origine) suffit à reconstruire la totalité des points. Dans les maillages irréguliers, les nœuds ne sont pas situés de manière prévisible et les coordonnées de chaque point doivent être stockées séparément.

Il est aussi possible de construire des maillages semi-réguliers, qui seront soit réguliers dans certaines zones de l'espace et irréguliers dans d'autres, soit réguliers dans certaines dimensions uniquement (par exemple, un modèle numérique terrestre (MNT), fréquemment utilisé pour représenter la topographie de la surface de la Terre, est régulier suivant les coordonnées d'espace X et Y et irrégulier verticalement).

Le critère topologique distingue les maillages *structurés* des maillages *non-structurés*. Dans les maillages structurés, les connexions entre nœuds obéissent à une règle prévisible, et il est possible de prévoir les connexions de n'importe quel nœud à ses voisins en se reportant à sa position dans le schéma topologique de référence (voir figure 1.1). À l'inverse, les maillages non-structurés ne présentent aucun motif répétitif et toutes les relations entre nœuds doivent être stockées explicitement.

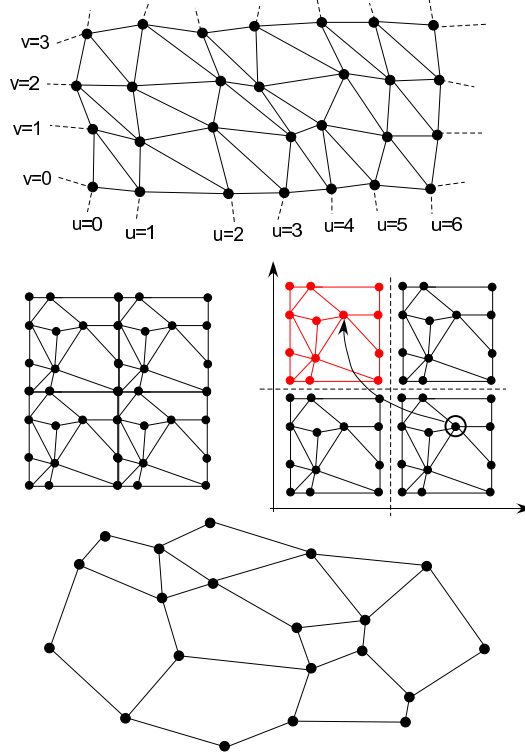


FIG. 1.1 : Représentations schématiques de la structure d'un maillage à deux dimensions. En haut, un maillage structuré irrégulier, à base de triangles : le nœud d'indice (u, v) a pour voisins (définis suivant le schéma topologique de base) les nœuds d'indices $(u - 1, v)$, $(u - 1, v + 1)$, $(u, v + 1)$, $(u + 1, v)$, $(u + 1, v - 1)$ et $(u, v - 1)$. Au milieu, un maillage semi-structuré, formé par répétition du schéma topologique de base de droite. En bas, un maillage non-structuré polygonal ([Lepage, 2003], p. 14).

On définit aussi des maillages *semi-structurés* (voir [Sampl, 2000], [Thompson et Soni, 1999]) et des maillages *hybrides* ([Flandrin et al., 2004], [Balaven et al., 2002], [Verma, 1996]¹) qui, de manière similaire à la géométrie, combinent des caractéristiques structurées et des caractéristiques non-structurées, soit suivant des axes différents, soit dans différentes régions du volume :

- Les maillages semi-structurés sont formés par extrusion régulière depuis une surface dont le maillage peut être non-structuré. On obtient alors des piles structurées de plans non-structurés (voir figure 1.2). Si la surface de référence est maillée de manière

¹Il existe une grande variété de maillages intermédiaires possibles suivant les applications et la nomenclature n'est pas toujours homogène.

structurée par des quadrilatères, on obtient alors des *grilles stratigraphiques*, qui seront décrites en détail plus loin.

- Les maillages hybrides (figure 1.2) sont formés à partir d'un maillage structuré, en modifiant le maillage de manière non-structurée pour mieux s'adapter à des contextes particuliers (le plus fréquemment, pour avoir des cellules orthogonales aux failles ou radiales autour de puits [Lepage, 2003]). Les maillages issus des *Local Grid Refinement* (ou « grilles tartan ») (voir par exemple [Heinemann et Heinemann, 2003]) peuvent entrer dans cette catégorie.

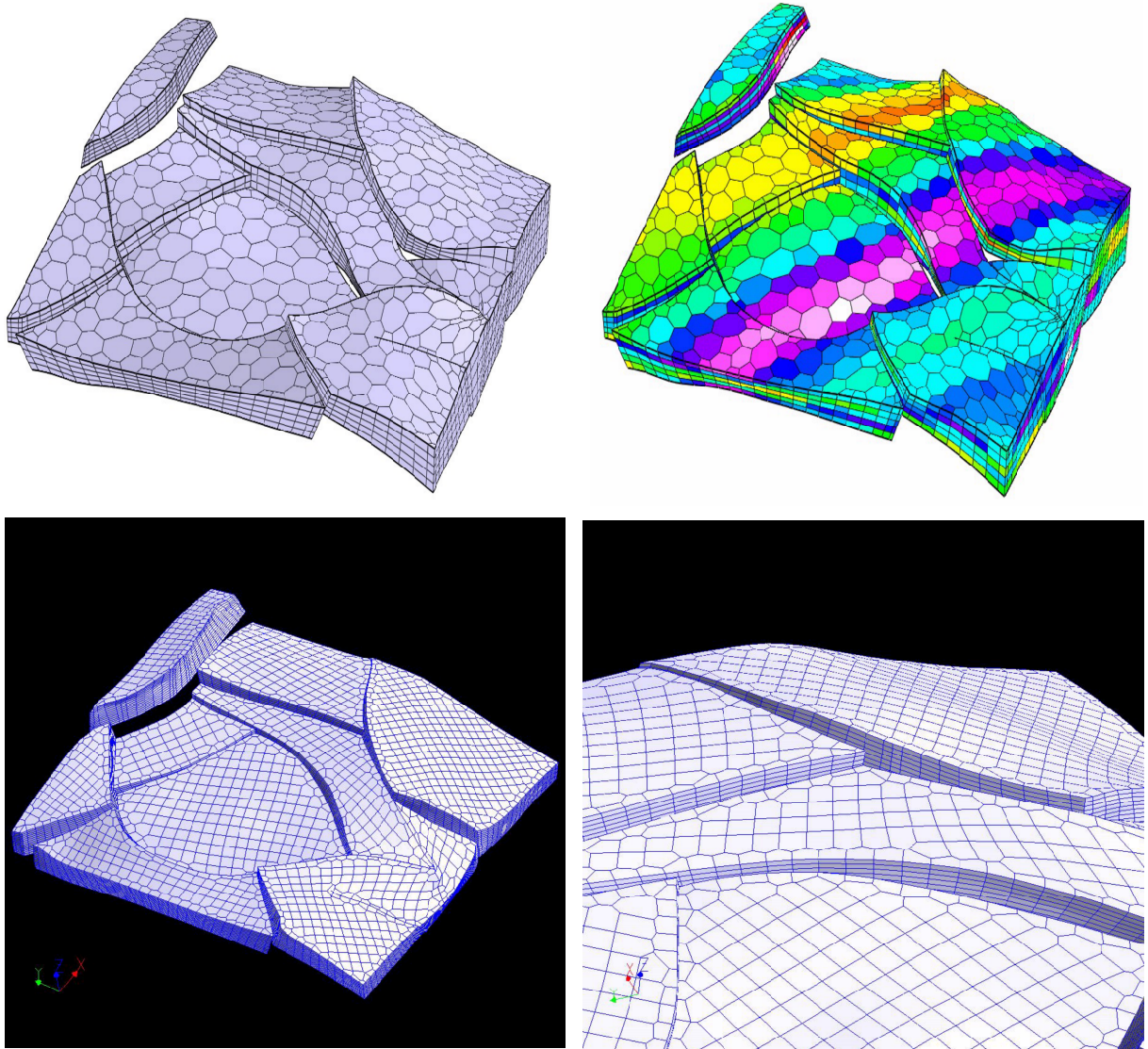


FIG. 1.2 : En haut, grille semi-structurée construite par extrusion régulière depuis une surface polygonale (à droite, la grille a été peinte avec une propriété définie dans chaque cellule). En bas, grille hybride, structurée au milieu des blocs et non-structurée au voisinage des failles ([Lepage, 2003], p. 187).

Ces deux critères (géométrie et topologie) peuvent se combiner pour donner naissance à quatre grands types de maillages volumiques, illustrés dans la figure 1.3 :

- Les maillages réguliers structurés sont les plus simples à modéliser. Il s’agit par exemple des modèles de type « boîte à sucre »² dans lesquels des cellules cubiques ou parallélépipédiques sont empilées suivant trois axes. Ces maillages ont l’avantage de la légèreté du stockage et des calculs, car ils peuvent être définis par très peu de paramètres (l’origine géométrique, les axes et le nombre de cellules sur chaque axe, qui suffisent à reconstituer la forme de la maille primordiale). Ils sont bien adaptés, par exemple, au stockage des résultats de mesures géophysiques ou sismiques. En revanche, ces maillages n’ont aucune souplesse lorsqu’il s’agit d’accommoder des objets de forme complexe et sont donc relativement peu adaptés à la modélisation d’objets géologiques.
- Les maillages irréguliers structurés sont fréquemment utilisés en modélisation géologique. Ils permettent de garder une structure sous-jacente simple et légère, tout en accommodant des géométries relativement complexes. Ils seront décrits plus en détail dans la partie suivante.
- Les maillages réguliers non-structurés sont relativement peu utilisés. Généralement, on considère que le gain de stockage dû à la régularité ne compense pas la rigidité de ce type de maillages, car l’aspect non-structuré n’apporte que peu de liberté supplémentaire.
- Les maillages irréguliers non-structurés, enfin, forment le type le plus générique de maillage et sont à ce titre largement utilisés dans de nombreux domaines de modélisation géologique, en particulier en mécanique des roches et dans les problèmes d’éléments finis (voir par exemple [Zienkiewicz, 1977]). Ils ont l’avantage de pouvoir s’adapter à n’importe quelle forme, géologique ou non, ce qui les rend intéressants pour les modèles de géométrie très complexe. Il est cependant nécessaire de stocker explicitement tous les nœuds et toutes les connexions, ce qui alourdit rapidement les structures. C’est sur ces maillages que le choix des modèles micro- et macro-topologiques prend toute leur importance.

Les maillages structurés dont la maille de base est un hexaèdre, c’est-à-dire les grilles de type « Voxet » ou les grilles issues de la déformation de grilles « Voxet », sont aussi appelés *grilles cartésiennes*, par référence au repère cartésien sur lequel leur topologie est basée.

1.1.4 Modélisation des failles

Un modèle du sous-sol doit impérativement prendre en compte les failles. Cependant, ce sont des objets complexes qui peuvent être abordés sous plusieurs angles.

Des discontinuités géométriques

À grande échelle, les failles se présentent d’abord comme des discontinuités dans les couches géologiques ([Ramsay, 1967]) qui délimitent des blocs distincts. Cette approche est

²Dans le géomodeleur GOCAD, on parle de *Voxet*.

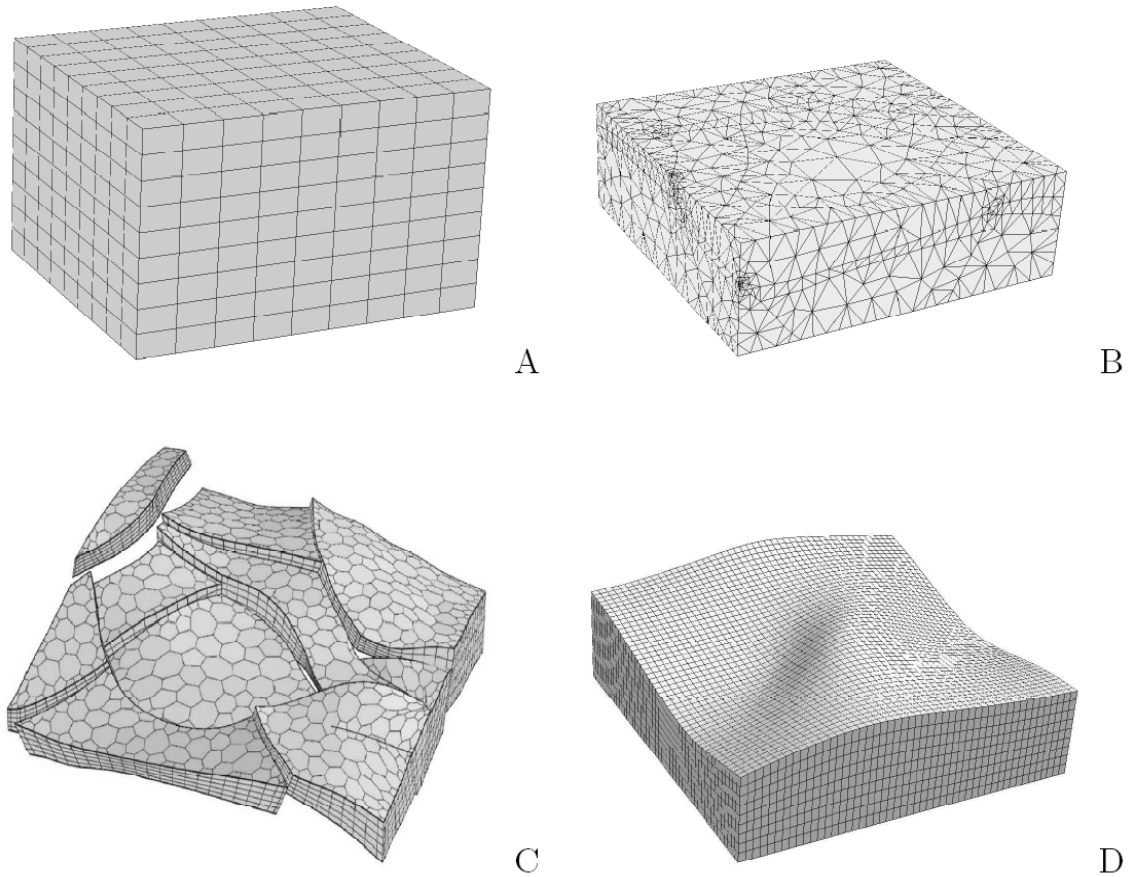


FIG. 1.3 : Exemples de différents types de maillages. A : maillage régulier structuré (« boîte à sucre ») ; B : maillage non structuré irrégulier à base de tétraèdres ; C : maillage semi-structuré (formé par empilement structuré de couches non-structurées) irrégulier ; D : maillage structuré irrégulier, à base d'hexaèdres (« grille stratigraphique ») ([Souche, 2005], p. 29).

souvent privilégiée dans les géomodeleurs, en particulier lors de la construction de modèles surfaciques ([Dubrule *et al.*, 1997]), c'est-à-dire dans un modèle où seules les interfaces (horizons, failles...) du domaine d'étude sont représentées par des surfaces, généralement triangulées. Les failles sont alors représentées comme des surfaces sans épaisseur.

Ce type de représentation est utilisé par exemple par différents codes de restauration ou de dépliage des couches (voir par exemple [Samson, 1996], [Massot, 2002], [Rouby, 1994], ou encore [Muron *et al.*, 2005b] pour des travaux en cours) qui visent à reconstituer la géométrie des terrains avant déformation et/ou rupture, et qui supposent que les éléments de part et d'autre des failles sont déformés, puis décalés, le long des plans de faille.

On considère alors que, mis à part le déplacement estimé par le rejet ou les déformations des couches visibles dans la géométrie des horizons, les failles n'ont pas affecté les terrains alentours. Cette *hypothèse de continuité* permet de définir facilement un certain nombre de paramètres relatifs à la faille ou de relations entre surfaces de faille ou entre failles

et horizons. La plupart des algorithmes géométriques utilisent cette approche et c'est celle qui a été privilégiée dans cette thèse. Les failles sont modélisées par des surfaces triangulées ([Mallet, 1997]) qui séparent des blocs en contact.

Lors de leur dépôt, les propriétés pétrophysiques des terrains sédimentaires sont généralement fortement continues. De ce fait, une fois le mouvement des failles et la déformation des couches corrigés, les propriétés seront modélisées continûment. Il faut cependant garder à l'esprit que les processus de rupture, de décalage et de déformation liés à la faille peuvent modifier cette continuité.

Certaines propriétés peuvent être définies spécifiquement sur cette surface de faille, comme la perméabilité ou la transmissivité de la faille ([Manzocchi *et al.*, 1999]). Ces propriétés sont indispensables pour quantifier les écoulements de fluides le long ou au travers de la faille, celle-ci pouvant agir comme un drain ou au contraire comme une barrière aux écoulements. Ces propriétés sont souvent, en réalité, la conséquence d'une zone d'influence de la faille au delà de la surface qui la modélise.

Le volume de faille

Une faille n'est en réalité pas un plan de cassure net et bien localisé, mais plutôt une juxtaposition d'un grand nombre de ruptures de plus petite amplitude, avec une direction dominante. Si l'échelle d'étude est suffisamment fine, une faille doit donc aussi être considérée comme un volume, et non plus comme un plan (voir figure 1.4). Plus on s'éloigne du centre de la faille, plus la densité de fracturation devient faible.

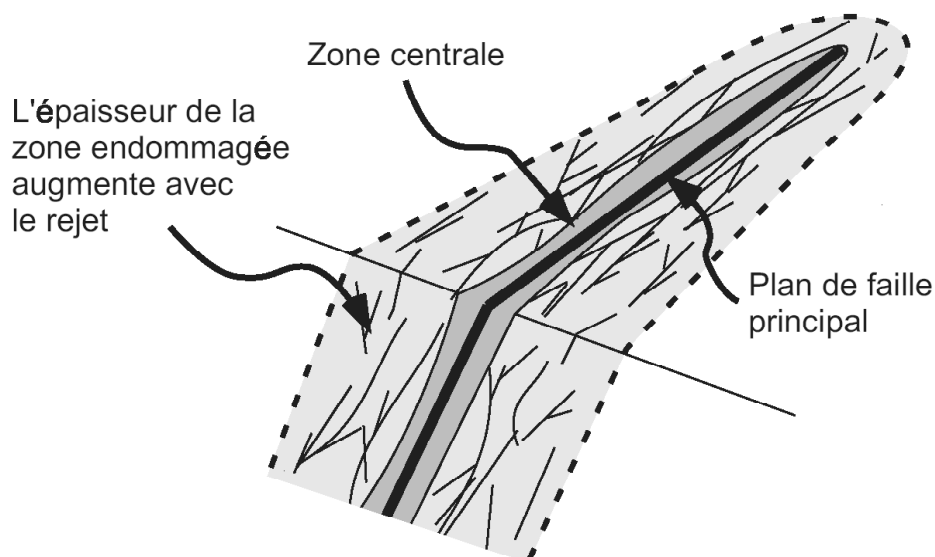


FIG. 1.4 : Zone endommagée autour d'une faille. Assimiler la faille uniquement à son plan principal est ici très réducteur ([Souche, 2005], p. 108, d'après [Shipton et Cowie, 2003]).

Bien qu'informatiquement plus complexe, cette approche est bien plus réaliste et permet de prendre en compte tous les effets des failles sur les terrains et non pas les seuls

effets géométriques. En effet, les propriétés pétrophysiques du milieu, en particulier la perméabilité et la porosité, sont en général très affectées par la fracturation ou par des conséquences de la fracturation, ou encore par le déplacement des blocs de part et d'autre de la faille.

Ainsi, lorsque les fractures servent de drain, la perméabilité de la zone de faille est augmentée. L'effet inverse peut aussi être observé, si les fractures sont bouchées par des colmatages. La zone de faille devient alors moins perméable. Lorsque l'échelle de modélisation est plus grossière, ces propriétés sont figurées simplement sur la surface qui représente la faille mais il ne s'agit que d'une approximation.

De plus, la déformation engendrée par le mouvement global de la faille altère aussi les propriétés des roches, indépendamment de la fracturation. La porosité et la perméabilité des terrains n'est donc pas seulement fonction des terrains déposés (et des éventuelles modifications sédimentaires subies ensuite, diagénèse ou altération) mais aussi des déformations et des cassures qui ont affecté ces terrains.

En toute rigueur, l'hypothèse de continuité indiquée ci-dessus est donc fausse et on ne peut pas s'affranchir des failles uniquement en restaurant les déformations géométriques qu'elles ont engendrées. En pratique cependant, on acceptera souvent cette hypothèse car, même si les terrains sont affectés par la déformation, il n'en reste pas moins qu'une forte continuité héritée des sédiments est présente. On pourra y ajouter en surimpression des effets localisés au niveau des failles (voir paragraphe 5.1.1).

Dans cette thèse, on considérera donc les failles comme étant essentiellement des surfaces sans épaisseur, qui ont uniquement décalé géométriquement – ou déformé – les terrains, sans avoir affecté les propriétés pétrophysiques, qui sont héritées du contexte sédimentaire seulement (dépôt et diagénèse).

1.2 Construction de maillages et paramétrisation 3D

1.2.1 Construction de volumes tétraédrisés

Une large partie de notre travail s'appuie sur les volumes tétraédrisés et cette partie présente quelques notions utilisées pour modéliser ces volumes. Le problème initial consiste à construire un tel volume depuis un ensemble de surfaces géologiques (failles et horizons) mis en cohérence. Pour cela, un modèle topologique est défini pour représenter les éléments (sommets, arêtes et faces) formant les bords de ces volumes. Le modèle présenté ici a été développé par François Lepage ([Lepage, 2003]) à partir des travaux de Joël Conraud ([Conraud, 1997]). Il permet ensuite de créer des maillages tétraédriques de très bonne qualité, en termes de limites géométriques comme de forme des tétraèdres.

Ce modèle topologique, appelé *Soft Frame Model*, est plus riche et surtout plus complexe que le modèle dont nous aurons besoin en réalité, en particulier lors de la modélisation des rejets, car il répond à des problèmes plus vastes. Cependant, de par sa rigueur, il peut servir de base pour extraire un modèle simplifié. De plus, le *Soft Frame Model* a été entièrement programmé dans le géomodeleur GOCAD, ce qui nous a permis de réutiliser le code correspondant très aisément.

Le Soft Frame Model

Dans ce modèle, l'espace géologique 3D est divisé en *macro-cellules* de dimension topologique 3 (des volumes) dont les frontières sont des macro-cellules de dimension topologique 2 (des surfaces). Ces surfaces sont à leur tour limitées par des lignes, c'est-à-dire des éléments topologiques de dimension 1, elles-mêmes délimitées par des nœuds, de dimension topologique 0. Ainsi, chaque macro-cellule de dimension topologique p est délimitée par un ensemble de macro-cellules de dimension $p - 1$.

On parle de macro-cellule par opposition à la micro-topologie, où sont définies comme micro-cellules les simplexes de dimensions topologiques p ($0 \leq p \leq 3$) : points, segments, triangles et tétraèdres. Les macro-cellules sont composées d'un ensemble de micro-cellules reliées entre elles : par exemple, une surface est un ensemble de triangles. Ces macro-cellules sont appelées *éléments radiaux* (nœud radial, ligne radiale ou surface radiale).

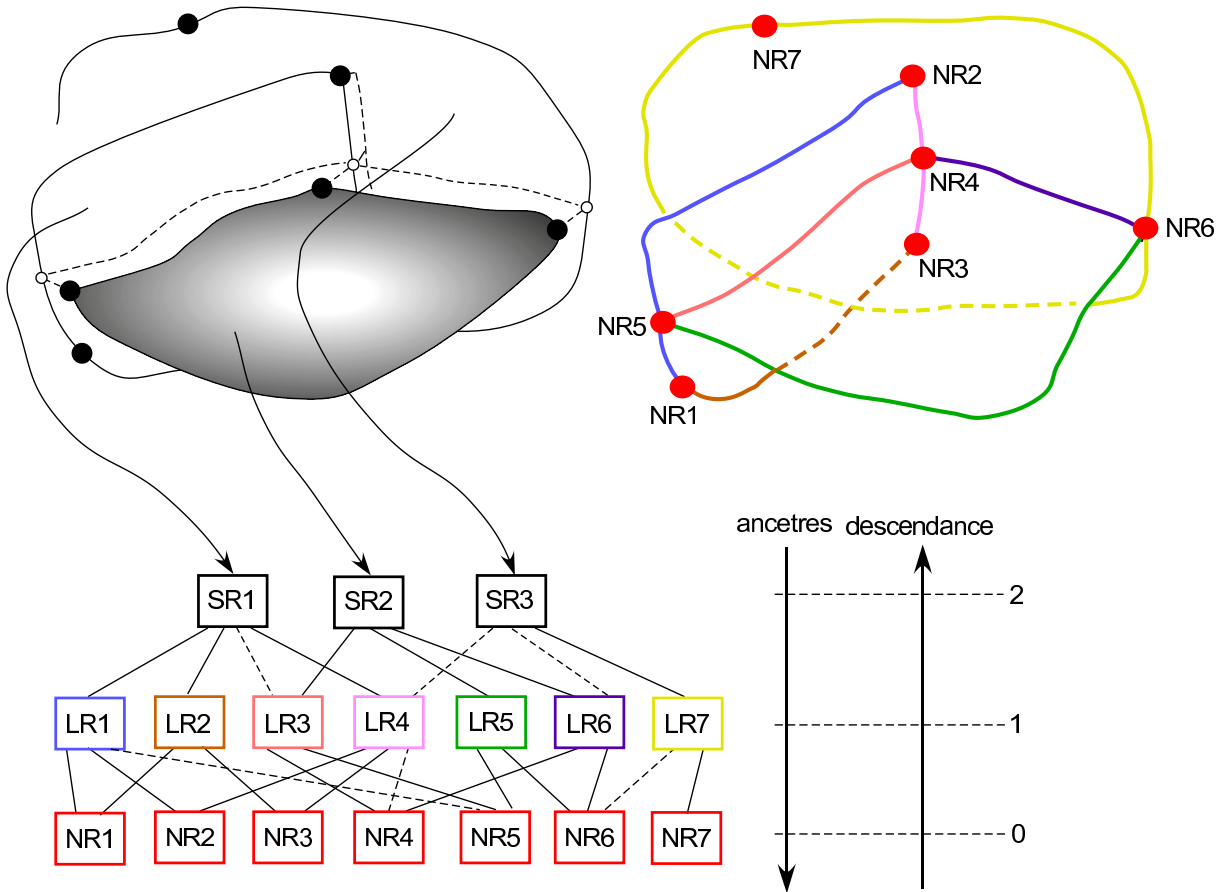


FIG. 1.5 : Graphe d'incidence entre éléments radiaux d'un modèle surfacique. En haut, le modèle initial avec ses différents éléments radiaux (à droite). En bas, le graphe d'incidence correspondant (SR = surface radiale, LR = ligne radiale, NR = nœud radial) ([Lepage, 2003], p. 53).

Cette organisation hiérarchique permet de construire un *graphe d'incidence* (voir figure 1.5) qui indique, pour un modèle donné, les relations entre éléments de différentes dimensions. De plus ce graphe permet de représenter des relations dites d'*incidence floue*

(en pointillés sur la figure) : il s’agit des informations géologiques connues, mais qui ne sont pas forcément respectées par la géométrie initiale des interfaces. Ainsi, sur la figure 1.5, la géométrie des deux failles n’est pas forcément en parfaite cohérence, à cause de la complexité des processus de modélisation, mais la connaissance géologique permet d’assurer que la faille de gauche doit venir se coller à la faille du fond. Cette relation apparaît dans le graphe d’incidence du modèle.

L’ensemble des macro-cellules, ainsi que leurs relations d’incidence, floues ou non, forment ce qui est appelé *Soft Frame Model*.

La structure hiérarchique garantit la validité topologique du modèle et la validité géométrique est, quant à elle, assurée par l’intégration des informations géologiques sous forme d’incidences floues entre les éléments topologiques. À condition de disposer des outils nécessaires pour construire des maillages quelconques de dimension p ($0 \leq p \leq 3$), contraints sur leurs bords, ce modèle topologique permet donc une représentation cohérente à la fois des géométries et des relations entre objets du modèle.

Maillage d’un *Soft Frame Model*

Il est à noter que cette contrainte sur la création des maillages a des conséquences sur les tailles ou les formes, des différentes mailles. Par exemple, si une ligne radiale est maillée avec de petits segments, alors les surfaces radiales incidentes à cette ligne auront (au moins au voisinage de la ligne) de petits triangles. Inversement, si de petits triangles sont nécessaires sur une surface (par exemple pour mailler un horizon au voisinage de l’intersection de deux failles), alors les lignes radiales incidentes à cette surface seront formées de petits segments.

De plus, chaque intersection entre éléments de dimension p étant représentée par un et un seul élément de dimension $p - 1$, la cohérence des maillages de part et d’autre des éléments radiaux est automatiquement assurée. Cela signifie, en particulier, que les tétraèdres de part et d’autre d’une faille ont une face identique, même s’ils sont topologiquement disjoints (voir figure 1.6).

En revanche, l’unicité de l’élément radial de dimension $p - 1$ implique aussi que les contacts géométriques entre les macro-cellules soient recalculés, afin que les deux (ou plus) maillages mis en cause soient en parfaite cohérence. La géométrie du *Soft Frame Model* et des maillages associés n’est donc pas exactement celle des données initiales mais celle qui permet au mieux d’intégrer toutes les données. Toutefois, comme la cohérence topologique est assurée indépendamment de ces approximations, le résultat est très satisfaisant, même sur des modèles complexes (voir [Lepage, 2003] pour plus de détails).

1.2.2 Construction d’une grille stratigraphique

En règle générale, les algorithmes de modélisation de propriété reposent sur une notion de voisinage (exprimée par le variogramme, par exemple, en géostatistiques). Comme les terrains sédimentaires se forment couche par couche, pour donner des résultats réalistes, ce voisinage doit être calculé en suivant les couches géologiques, de telle sorte qu’un point

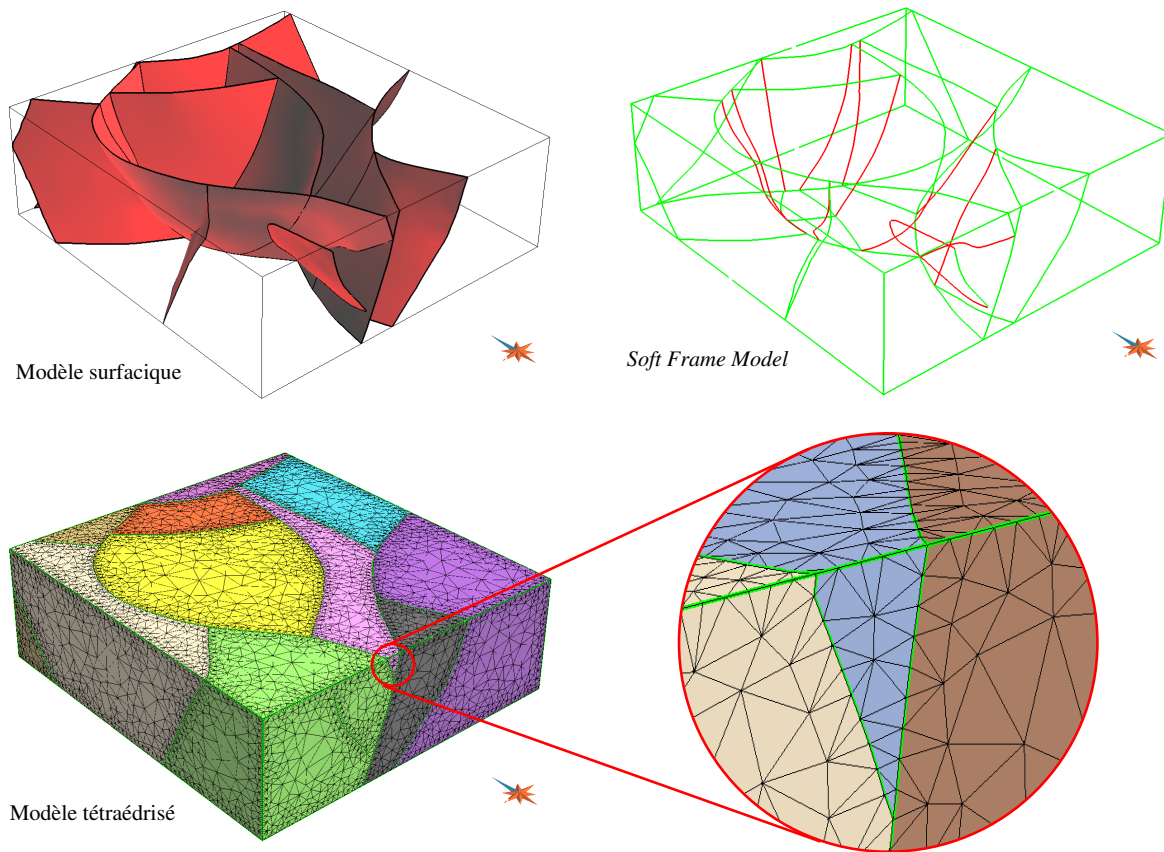


FIG. 1.6 : *Modèle surfacique (en haut à gauche) et modèle topologique (Soft Frame Model) correspondant (en haut à droite). Les lignes rouges figurent des arêtes radiales internes, c'est-à-dire des intersections entre failles. En bas, maillage tétraédrisé issu de ce modèle topologique. La loupe de droite met en évidence l'adéquation du maillage aux failles.*

donné soit estimé (ou simulé) en fonction des points qui se sont déposés dans la même couche géologique (figure 1.7).

De plus, à l'heure actuelle, la grande majorité des algorithmes géostatistiques nécessitent un maillage structuré, avec des cellules hexaédriques ([Journel et Huijbregts, 2004], [Chilès et Delfiner, 1999])³. En conséquence, les maillages utilisés sont des maillages structurés, irréguliers de façon à suivre la géologie du modèle.

Enfin, ces maillages doivent respecter les failles, à la fois pour permettre des modélisations de propriété qui tiennent compte de la continuité initiale des terrains, avant la rupture, et pour faciliter l'intégration de caractéristiques particulières de failles (drainage,

³On peut toutefois noter que le principe mathématique, tel qu'il est décrit par exemple dans [Srivastava et Isaaks, 1990] ou [Goovaerts, 1997], ne l'impose pas systématiquement et certaines approches récentes s'appliquent sur des maillages non-structurés ([Deutsch *et al.*, 2002]).

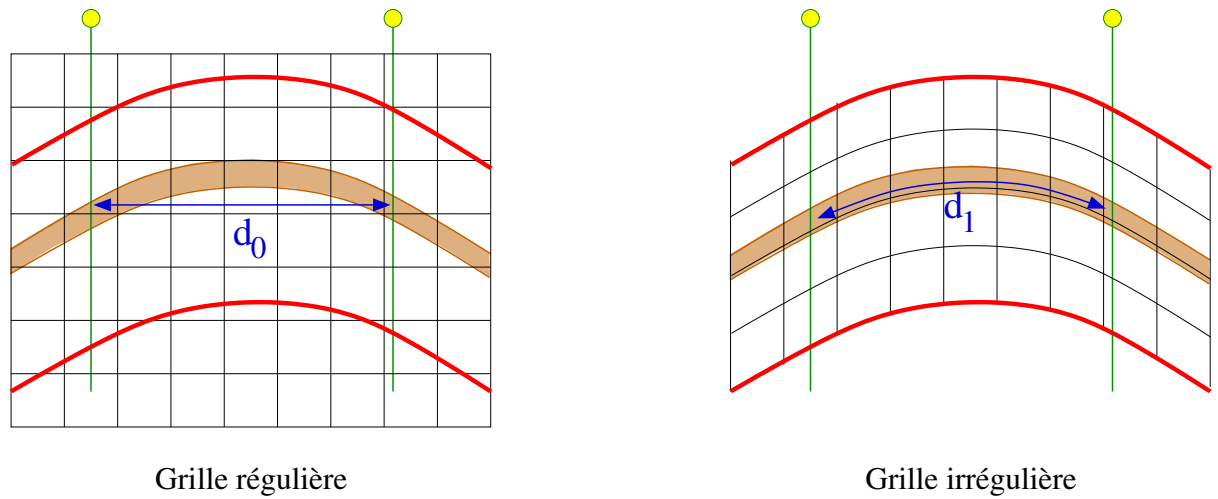


FIG. 1.7 : Longueur d'une couche (en marron) mesurée entre deux puits (en vert) dans une grille régulière (à gauche) et dans une grille irrégulière (à droite) adaptée à la stratigraphie définie par les horizons majeurs rouges. Les deux distances d_0 et d_1 sont calculées en suivant les maillages, mais d_1 est géologiquement plus réaliste pour modéliser des relations au sein de la couche.

fracturation...) en particulier dans les modèles d'écoulement. La figure 1.8 montre une telle grille, dite *grille stratigraphique*.

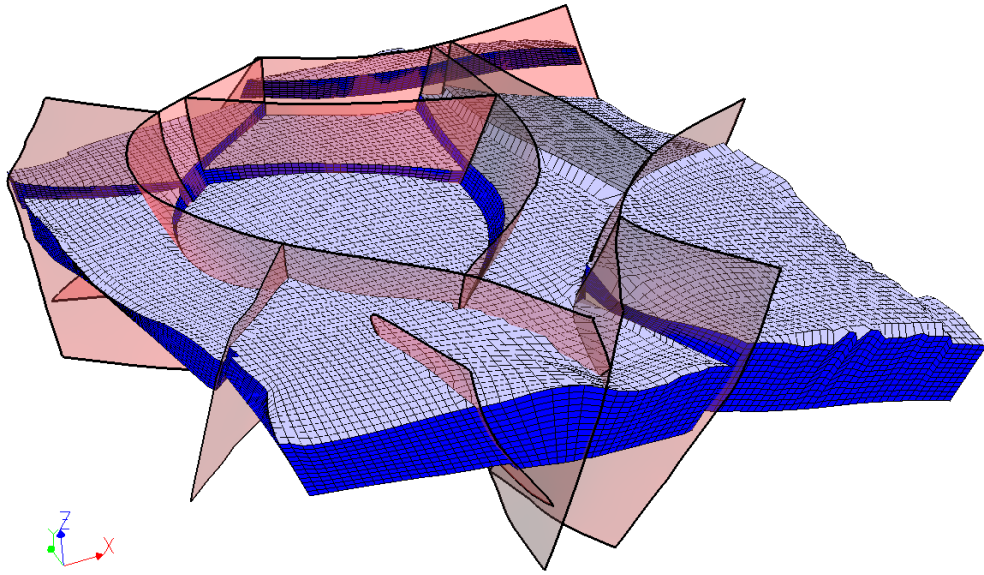


FIG. 1.8 : Grille structurée irrégulière (grille stratigraphique). Noter la distorsion des cellules hexaédriques pour s'adapter aux horizons à la base et au toit, ainsi que les décalages induits par les failles (surfaces roses).

Chaque nœud de la grille peut être défini par ses trois coordonnées (u, v, w) le long des axes curvilinéaires de la grille. Par convention, l'axe perpendiculaire aux horizons (et

donc sub-vertical) est l'axe W . Cet axe particulier doit suivre au mieux la stratigraphie du milieu sédimentaire modélisé.

La construction d'une grille stratigraphique est donc un problème complexe et de nombreuses méthodes ont été proposées. Il s'agit toujours de remplir le maximum des critères suivants :

- Les horizons majeurs du modèle doivent apparaître comme des plans de coordonnée curvilinéaire w constante. De la sorte, une distance mesurée à w constant pourra être assimilée à une distance mesurée le long des couches.
- Sur chaque plan de w constant, les cellules doivent être les plus régulières possibles.
- Le maillage doit respecter les failles.
- Les faces des cellules doivent être orthogonales entre elles et aux failles, afin de faciliter les calculs d'écoulements (voir par exemple [Heinemann et Heinemann, 2003]).

Les méthodes algébriques

Les outils mathématiques pour parvenir à ces résultats sont nombreux, car la plupart des domaines de modélisation, qu'il s'agisse d'objets naturels ou non (aéronautique, mécanique. . .) reposent sur des maillages et ne seront pas détaillés ici. On pourra se reporter à [Thompson *et al.*, 1999] pour une discussion théorique complète ou à [Heinemann et Heinemann, 2003] dans le cadre des propriétés du sous-sol et des écoulements de fluides.

Mentionnons simplement pour mémoire l'interpolation transfinie⁴ (ou génération algébrique) et les méthodes elliptiques ([Thompson et Mastin, 1985], [Thompson *et al.*, 1999]) qui visent à construire directement une grille en trois dimensions contrainte à respecter des interfaces spécifiques sur les bords. Ces méthodes sont bien adaptées aux objets artificiels dans lesquels les maillages doivent suivre une répartition mathématique particulière.

Cependant ces méthodes nécessitent de délimiter le volume d'étude par un parallélépipède rectangle, ce qui n'est pas toujours possible dans le cas des modèles géologiques, par exemple lorsque le domaine est limité par des failles. De plus, la répartition interne du maillage suit des règles mathématiques précises, qui ne sont souvent pas adaptées aux structures géologiques. On peut envisager de mailler chaque bloc de faille séparément mais il n'est pas possible de prendre en compte les failles se terminant dans un bloc, par exemple.

Enfin, ces méthodes n'introduisent aucune distinction entre les trois axes U , V et W de la grille, les équations étant les mêmes. Or la direction W , correspondant à la direction d'empilement des strates, joue un rôle particulier, ce que les contraintes énoncées précédemment illustrent.

Construction de grilles par extrusion

Afin de remédier aux inconvénients précédents, diverses techniques ont été mises au point. Les premiers travaux dans le domaine de la géologie pétrolière sont assez anciens ([Hirasaki et Dell, 1970], [Leventhal *et al.*, 1985]). La méthode la plus avancée actuellement

⁴ *Transfinite Interpolation* ou TFI.

repose sur l'*extrusion* d'une grille tridimensionnelle depuis une grille bidimensionnelle. On pourra se reporter à [Souche, 2005] pour des détails sur cette méthode, ou à [Galera *et al.*, 2003] pour une discussion sur les problèmes posés par des horizons fortement plissés.

Dans un premier temps, un horizon particulier est choisi et modélisé en prenant en compte les discontinuités introduites par les failles. Cet horizon est maillé en deux dimensions, puis des lignes pseudo-verticales ou parallèles aux failles sont extraites depuis cet horizon. Enfin, la grille définie sur la surface est exportée dans le volume le long de ces lignes, appelées *fibres*, qui représentent donc l'axe curvilinéaire vertical de la grille (figure 1.9).

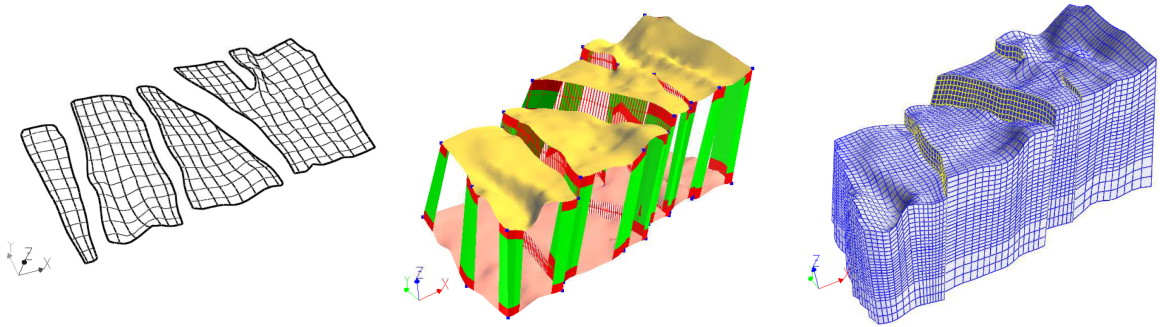


FIG. 1.9 : Principe général d'extrusion d'une grille volumique depuis une surface. À gauche, surface initiale avec un maillage 2D ; au milieu, construction des lignes d'extrusion ou « piliers » ; à droite, la grille finale (la résolution n'est pas forcément homogène le long des piliers) ([Souche, 2005], p. 54).

Cette méthode est complexe et chaque étape a donné lieu à de nombreux travaux. La construction d'une surface respectant les failles et plus globalement un certain nombre de points ou de lignes de contraintes, est un problème bien plus vaste que le simple cadre de la construction de grilles tridimensionnelles (voir [Duvina, 2000]).

Le maillage bidimensionnel des surfaces fait appel à des techniques de géométrie différentielle, ainsi qu'à des *paramétrisations 2D*. On essaye de faire apparaître, dans cette grille surfacique, des caractéristiques de la grille finale :

- les axes curvilinéaires de la grille doivent, autant que possible, être en tout point orthogonaux entre eux ;
- pour faciliter la construction, on essaye souvent d'aligner ces axes sur certaines limites de la surface, bien que ce ne soit pas obligatoire ;
- enfin, l'aire des cellules doit être la plus uniforme possible.

Des méthodes de paramétrisation seront utilisées et détaillées plus loin dans ce travail, dans le cadre des volumes. Parmi les méthodes les plus récentes, on peut citer *Least Square Conformal Mapping* ou LSCM ([Lévy *et al.*, 2002]), qui servira de base à une approche volumique dans notre travail (paragraphe 3.3.2) ou encore *Angle Based Flattening* ou ABF ([Sheffer et De Sturler, 2001]).

L'étape la plus complexe est la construction des fibres depuis l'horizon initial. On peut simplement choisir d'utiliser des lignes verticales ou de direction arbitraire, mais constante. Il est souvent plus adapté d'utiliser des directions curvilinéaires. Afin de reproduire sur

chaque plan la topologie de la grille surfacique et d'avoir une grille la plus proche possible de la géométrie des failles, on cherche à ce que les fibres suivent les failles (voir figure 1.10). De récents travaux ([Souche, 2005]) ont permis d'améliorer cette étape. Enfin, un style sédimentaire (*onlap*, *toplap*, etc.) peut être imposé par un échantillonnage variable le long de ces fibres.

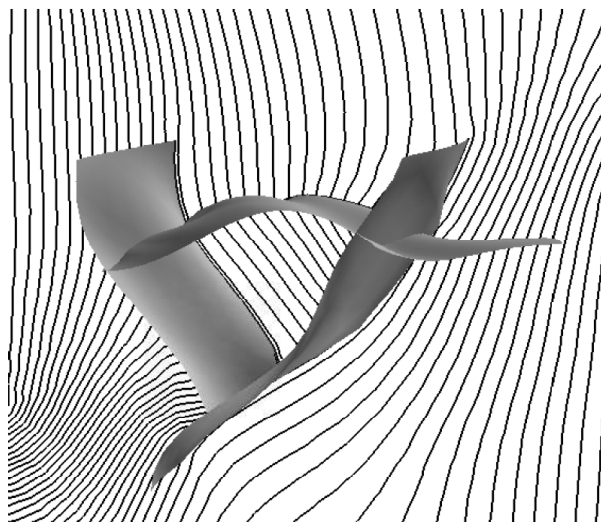


FIG. 1.10 : Adaptation d'un champ de fibres à deux failles. Les fibres sont, autant que possible, parallèles aux failles. Dans le bloc central, il est nécessaire d'adapter différemment les fibres ([Souche, 2005], p. 55).

Limitations des grilles stratigraphiques

La méthode d'extrusion est bien adaptée aux problèmes géologiques et permet de construire des grilles réalistes, respectant les contraintes géométriques énoncées initialement. Cependant, plusieurs problèmes restent.

Tout d'abord, plus le réseau de failles devient complexe, plus l'extrusion pose de problèmes :

- Il n'est pas toujours possible d'obtenir un maillage 2D satisfaisant sur un horizon. Bien que les algorithmes de paramétrisation garantissent l'obtention d'un résultat, celui-ci est parfois localement très éloigné de la solution idéale.
- La construction des fibres devient difficile lorsque les failles s'intersectent. Lorsque la ligne d'intersection est plus ou moins verticale, on peut adapter la méthode pour suivre cette ligne. En revanche, lorsque la ligne d'intersection est sub-horizontale, cela devient plus difficile. Une solution proposée ([Souche, 2005]) consiste à diviser le volume en plusieurs sous-volumes dans lequel des fibres sont extrudées séparément.

En conséquence, lorsqu'on a affaire, par exemple, à des réservoirs très fortement faillés, il n'est pas toujours possible de construire une grille stratigraphique réaliste.

D'autre part, plus fondamentalement, les contraintes utilisées lors de la construction de la grille ne sont pas conciliables avec les contraintes des algorithmes de modélisation

de propriété qui utilisent les voisinages. Ces algorithmes, comme le krigeage, calculent des distances entre points afin d'établir leur degré de corrélation. Cette distance est mesurée en nombre de cellules de la grille stratigraphique. Or la grille est construite en imposant que les colonnes de cellules soient alignées avec les failles, lesquelles se sont formées indépendamment des variations de propriétés pétrophysiques.

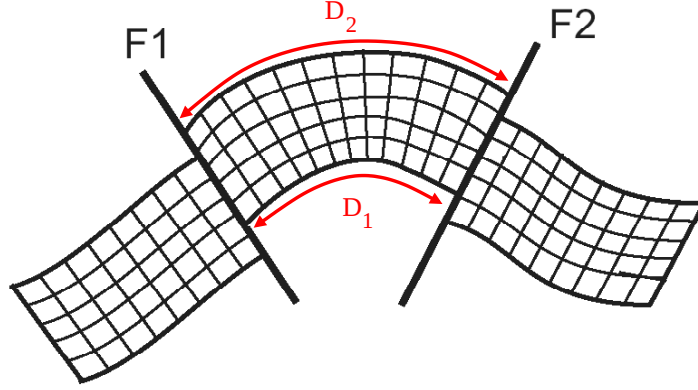


FIG. 1.11 : Vue en coupe d'une grille stratigraphique coupée par deux failles et induisant une erreur dans le calcul des distances. Les longueurs réelles d_1 et d_2 sont différentes, mais sont représentées dans la grille par le même nombre de cellules : elles sont donc considérées comme identiques si une modélisation de propriété est faite suivant cette grille.

La figure 1.11 illustre ce problème. La distance mesurée en nombre de cellules en tout point du bloc central est la même, bien que la distance réelle varie fortement. En conséquence, lorsque des calculs géostatistiques seront effectués dans cette grille, non seulement le résultat sera faux, mais en plus ce résultat dépendra de la forme de la grille elle-même.

Ces grilles sont actuellement les plus utilisées, car ce sont jusqu'à présent les seules structures permettant d'avoir des cellules hexaédriques respectant un aspect géologique. Nous allons voir qu'il est cependant possible de dissocier ces deux aspects.

1.2.3 Paramétrisation d'un volume tétraédrique

Les méthodes de construction des grilles stratigraphiques vues précédemment peuvent s'intégrer dans le cadre plus général des fonctions de paramétrisation. On appelle fonction de paramétrisation une fonction $\mathbf{U}$, qui, à tout point (x, y, z) du domaine d'étude $\mathcal{D}$ inclus dans l'espace géologique 3D, associe un point (u, v, w) dans un autre espace à trois dimensions, appelé *espace paramétrique* :

$$\forall P(x, y, z) \in \mathcal{D}, \quad \mathbf{U} : (x, y, z) \mapsto \mathbf{U}(x, y, z) = (u, v, w)$$

Inversement, pour les points de l'espace paramétrique qui sont l'image par $\mathbf{U}$ d'un point de l'espace géologique, on peut définir une fonction $\mathbf{X} = \mathbf{U}^{-1}$ telle que $\mathbf{X}(\mathbf{U}(x, y, z)) = (x, y, z)$.

L'espace paramétrique peut être adapté à différentes contraintes mais, en règle générale, il tend à représenter au mieux les couches au moment de leur formation, de telle sorte que la modélisation de propriété par couche puisse se faire suivant des plans horizontaux (voir figure 1.12).

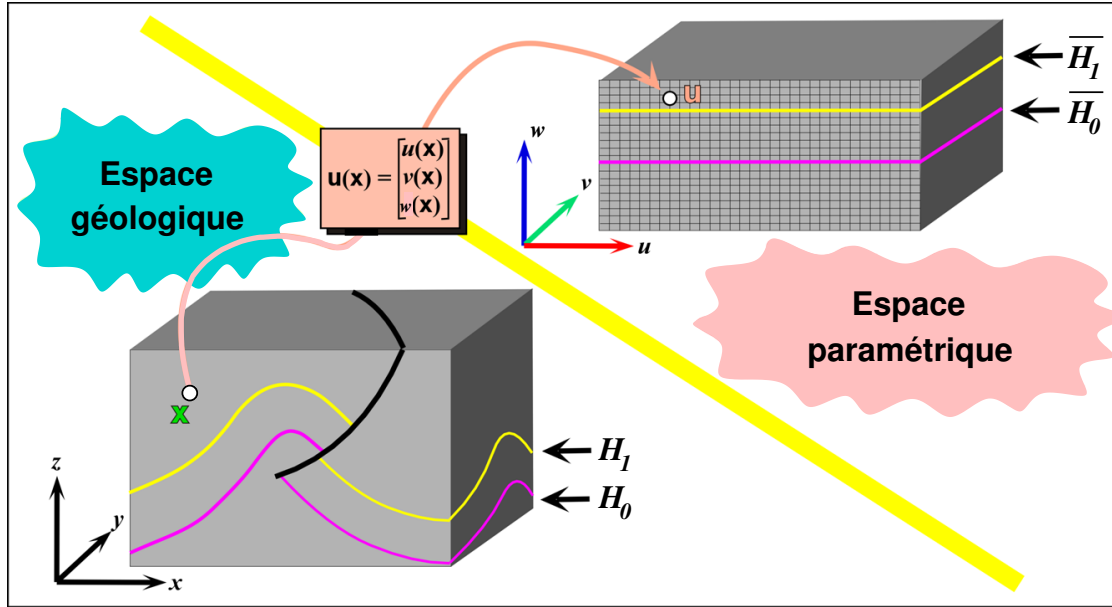


FIG. 1.12 : Relations entre espace géologique et espace paramétrique. La fonction de paramétrisation $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ permet de passer de l'espace géologique réel (x, y, z) à un espace paramétrique (u, v, w) . Cet espace est généralement construit de telle sorte que les images des horizons majeurs H_0 et H_1 du modèle soient des plans horizontaux $\overline{H_0}$ et $\overline{H_1}$ et il est habituellement couvert d'une grille régulière. Tout calcul effectué sur un plan horizontal de l'espace paramétrique est donc effectué en suivant la stratigraphie entre les deux horizons (d'après [Mallet, 2004]).

Lors de la construction d'une grille stratigraphique, les différentes méthodes existantes sont conceptuellement équivalentes au processus suivant (figure 1.13) :

- une fonction de paramétrisation est construite dans l'espace géologique, en tenant compte, suivant les méthodes, des failles, des horizons, des styles sédimentaires... ;
- un maillage structuré régulier (en général les cellules sont des parallélépipèdes rectangles) est défini sur l'espace paramétrique. Pour chaque nœud de la grille, sa position dans l'espace géologique est calculée, suivant l'inverse de la fonction de paramétrisation ;
- la grille stratigraphique finale est construite en appliquant le schéma topologique défini sur la grille régulière aux points ainsi calculés ;
- lorsque des modélisations de propriété sont effectuées sur la grille, en suivant les rangées de cellules, tout se passe comme si la modélisation était effectuée dans l'espace paramétrique.

En pratique, les méthodes de construction évoquées précédemment sont très différentes et la plupart du temps cachent totalement l'existence de l'espace paramétrique. Cependant, cette schématisation permet de mieux comprendre les limitations de ces grilles.

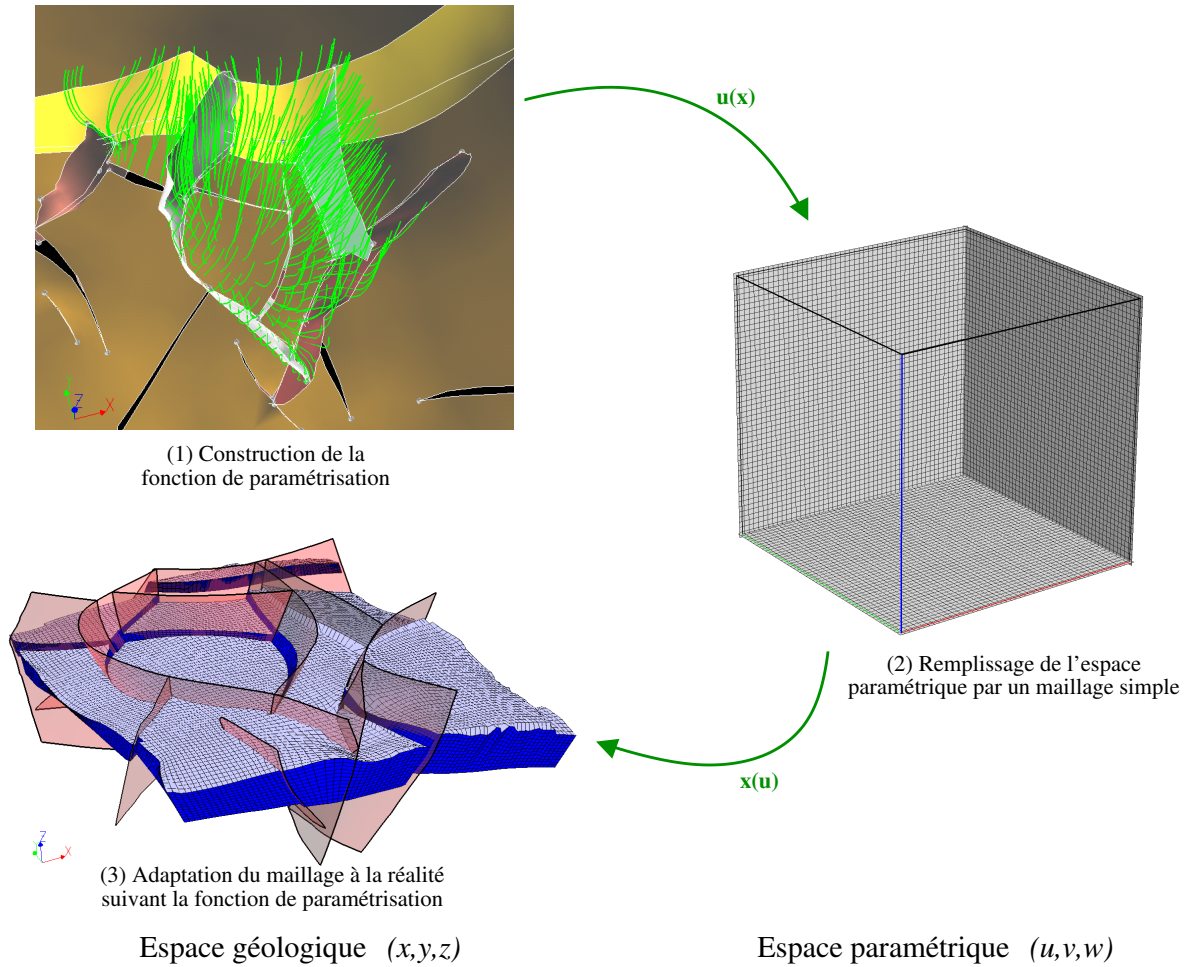


FIG. 1.13 : Principe général de construction d'une grille paramétrique. (1) Construction d'une fonction de paramétrisation $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ dans l'espace géologique : les lignes vertes représentent des lignes de coordonnée W , qui suivent les failles. (2) Construction d'un maillage régulier simple dans l'espace paramétrique. (3) Grâce à la fonction de paramétrisation ou à son inverse $\mathbf{x}(\mathbf{u})$, la grille paramétrique est déformée sur l'espace géologique.

En effet, il apparaît maintenant que la faiblesse de ces maillages volumiques vient principalement de la juxtaposition, sur un seul objet, de trois concepts différents :

- la modélisation de la géométrie du réseau de failles et des discontinuités du sous-sol ;
- la paramétrisation, c'est-à-dire le lien entre la géométrie des couches observées actuellement et leur géométrie au moment du dépôt ;
- le modèle de propriété en lui-même, à une précision adaptée à l'échelle des données disponibles (généralement des données de puits, donc très fines).

Dans les grilles stratigraphiques, les modèles sont imprécis parce que les impératifs de géométrie (adaptation des cellules aux failles), de paramétrisation (adaptation des cellules aux horizons) et de modélisation des propriétés (taille des cellules) sont contradictoires.

Dans le reste de ce travail, nous présenterons une méthode alternative, le modèle GeoChron, dans lequel ces trois concepts sont dissociés. Il devient alors possible d'adapter au

mieux chaque objet aux contraintes propres qu'il doit respecter, en limitant les approximations et erreurs.

Pour modéliser la géométrie, nous utiliserons principalement un maillage non structuré composé de tétraèdres, qui est le plus à même de respecter des réseaux de failles complexes. La paramétrisation sera calculée aux nœuds de ces tétraèdres, et finalement le modèle de propriété sera calculé dans une grille structurée régulière fine, pour garder la compatibilité avec les différents algorithmes existant.