

Chapitre 5

Applications du modèle GeoChron

La principale application du modèle GeoChron, qui a initialement motivé son développement, concerne la modélisation des propriétés pétrophysiques dans les réservoirs faillés. En effet, nous avons vu dans le premier chapitre que les grilles structurées utilisées en règle générale pour les modélisations de propriété engendraient des erreurs que la paramétrisation GeoChron permettrait de corriger.

Le modèle GeoChron repose sur la décomposition de la modélisation de propriété pétrophysique en trois étapes, en utilisant trois objets différents :

- la géométrie des blocs de failles est représentée par un maillage tétraédrisé ;
- une paramétrisation 3D permet d’adapter le modèle à la géométrie des horizons ;
- enfin, les propriétés sont modélisées dans un espace paramétrique aussi proche que possible de l’espace de dépôt des sédiments.

Les deux premières étapes ont été traitées dans les chapitres 1 à 4 et ce chapitre montre comment les propriétés pétrophysiques peuvent être modélisées finement dans l’espace paramétrique \overline{G} et utilisées dans l’espace géologique réel. De plus, d’autres applications, dans le domaine de l’étude des déformations et de l’intégration du cube d’attributs sismiques, seront présentées ici. Elles mettent en évidence les performances du modèle GeoChron et l’amplitude de ses champs d’application possibles.

5.1 Modélisation de propriété

5.1.1 Géostatistiques dans l’espace paramétrique

Par définition de l’espace paramétrique, celui-ci représente tous les terrains sédimentaires formés au même instant sur un plan horizontal. En conséquence, dans cet espace, mesurer une distance le long des couches géologiques, comme le nécessitent les algorithmes géostatistiques, revient à mesurer une distance horizontale. Il devient donc possible d’utiliser une simple grille régulière structurée pour couvrir l’espace paramétrique.

Étant donné la simplicité et le faible coût mémoire d’une telle grille, de type « Voxet », il est possible d’utiliser une grille bien plus fine qu’avec une grille stratigraphique irrégulière dans laquelle il est nécessaire de stocker explicitement toute la géométrie. Cette

finesse supplémentaire est aussi en accord avec les échelles des différentes données géologiques : la géométrie des failles et des horizons vient essentiellement de données sismiques dont la résolution est bien plus faible que les données de puits qui sont les données de base utilisées dans la modélisation de propriété.

Intégration des données géologiques

Cependant, effectuer la modélisation de propriété sur une grille régulière fine dans l'espace paramétrique impose d'être capable d'exprimer toutes les données utilisables dans les géostatistiques dans cet espace. Ces données sont de deux grands types : les points où la propriété est connue (aux puits) et les tendances ou relations globales (comme par exemple les masques utilisés par les géostatistiques multi-points) qui n'apparaissent pas directement dans les données mais qui sont connues par ailleurs du géologue.

Dans le cas des points de données, il est aisé de les faire figurer dans l'espace paramétrique grâce à la fonction de paramétrisation, d'après l'algorithme suivant :

- 1: $\mathbf{u}(\mathbf{x}) \leftarrow$ fonction de paramétrisation du domaine d'étude définie aux nœuds des tétraèdres
- 2:
- 3: **pour tout** point de donnée $P(\mathbf{x})$ d'une propriété φ **faire**
- 4: $\mathcal{T}(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \leftarrow$ tétraèdre contenant P
- 5: $(a, b, c) \leftarrow$ coordonnées barycentriques de P dans \mathcal{T}
- 6: $\mathbf{u}(P) \leftarrow$ coordonnées paramétriques de P calculées à partir de $\mathbf{u}(\alpha_0)$, $\mathbf{u}(\alpha_1)$, $\mathbf{u}(\alpha_2)$, $\mathbf{u}(\alpha_3)$, et a , b et c
- 7: // P' est l'image de P dans l'espace paramétrique
- 8: $P' \leftarrow \mathbf{u}(P)$
- 9:
- 10: $\varphi(P') \leftarrow \varphi(P)$
- 11: **fin pour**

De plus, si des points de données sont reliés par une relation particulière (comme par exemple des points successifs le long d'un puits), cette relation peut aussi être transposée dans l'espace paramétrique. De la sorte, toutes les données dures peuvent être facilement prises en compte. La figure 5.1 illustre cette méthode sur des données de puits.

Le cas des données floues, de tendances d'évolutions par exemple, est différent. En effet, il ne s'agit pas de mesures effectuées dans l'espace géologique mais plus de connaissances secondaires déduites du contexte sédimentaire (environnement de dépôt, contexte régional...). Ces informations sont normalement directement reliées au milieu lors du dépôt et non pas au milieu tel qu'il est actuellement après déformation. Le processus logique consiste donc à intégrer ces informations directement dans l'espace paramétrique. Ainsi, un variogramme construit à partir des données de puits devra être calculé et modélisé directement dans l'espace paramétrique.

Il faut cependant être conscient des différences d'échelles entre les espaces G et \overline{G} c'est-à-dire du fait que l'axe vertical de l'espace paramétrique est un *temps* et non pas une distance. Le concept de vitesse de sédimentation instantanée (voir paragraphe 2.2.1)

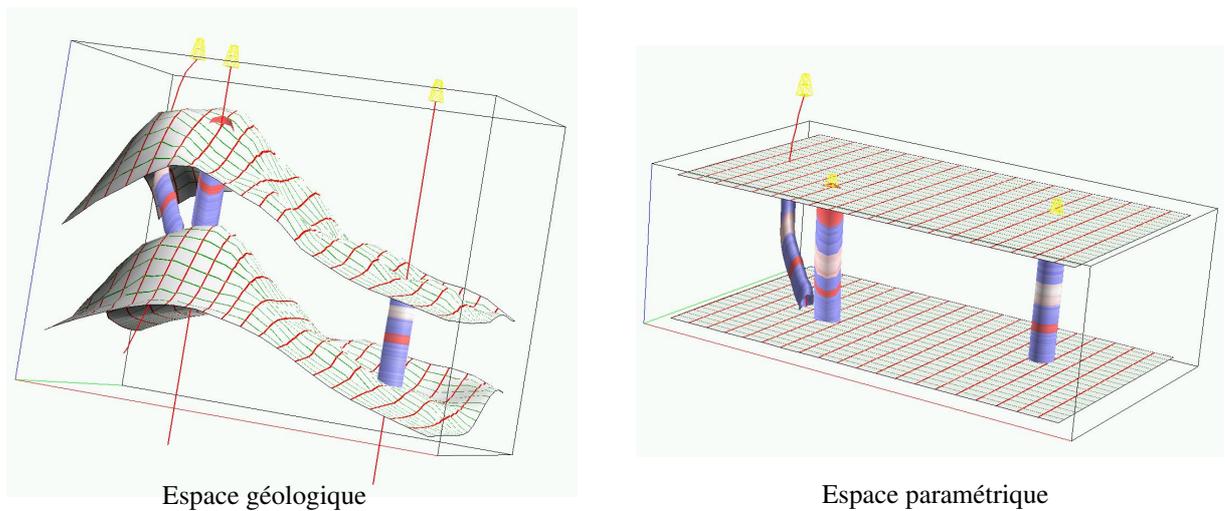


FIG. 5.1 : Transfert de données de l'espace géologique vers l'espace paramétrique. À gauche, trois puits traversant un modèle GeoChron défini dans le volume. Les deux horizons portent la trace du système de coordonnées paléo-géographiques (u, v) . À droite, les mêmes puits visualisés dans l'espace \overline{G} où les horizons sont mis à plat.

permet de contourner cette difficulté en donnant une image en longueur réelle d'une distance verticale (en *temps*) de l'espace paramétrique, dans les cas où cela est nécessaire.

Une fois toutes les données transférées dans l'espace paramétrique, il est possible d'utiliser toutes les méthodes géostatistiques existantes (qu'il s'agisse de méthodes classiques « deux points » ([Deutsch et Journel, 1998]) ou de méthodes multipoints ([Strebelle, 2002]) ou encore booléennes ([Caers, 2001], [Arpat et Caers, 2004]) sur une grille régulière fine en se rappelant que, du fait de la nature « dépliée » de l'espace paramétrique, la modélisation peut être effectuée dans des plans horizontaux. On obtient alors un modèle de propriété (estimé ou simulé) sur tout l'espace paramétrique (figure 5.2). Ce modèle va ensuite être reporté dans l'espace géologique initial (paragraphe 5.1.2).

Prise en compte de l'influence des failles

À chaque fois que nous avons évoqué la continuité des propriétés au travers des failles, nous avons considéré que, en dehors de la déformation géométrique des terrains, les failles n'affectaient pas les propriétés pétrophysiques, ce qui est simplificateur.

Il est cependant possible de prendre en compte ces effets de manière simple. En effet, des travaux récents ([Ledez, 2003] poursuivis par T. Frank [Frank, 2005]) permettent de calculer très rapidement des *cartes de distance* à des objets sur des grilles régulières. Par exemple, la figure 5.3 montre une carte de la distance aux failles d'un modèle. Grâce à la fonction de paramétrisation, cette carte de distance peut être peinte sur l'espace paramétrique (figure 5.3, à droite).

Un algorithme de modélisation de propriété peut alors utiliser cette carte de distance afin d'altérer le modèle de propriété dans un certain voisinage autour des failles. Cela permet donc de prendre en compte des effets plus complexes des failles sur les propriétés.

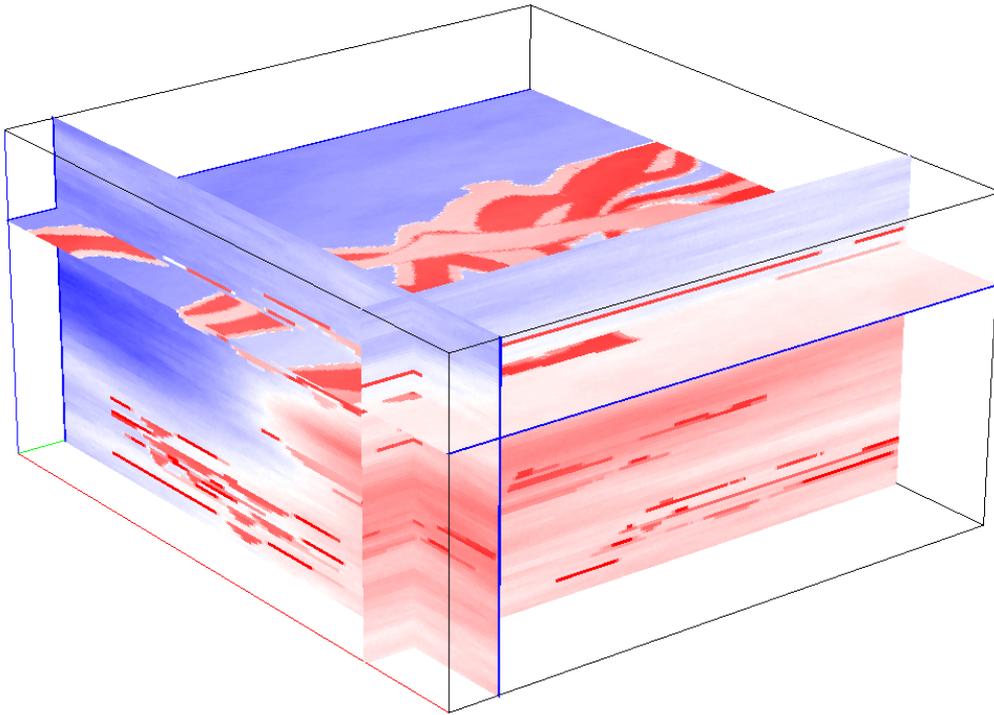


FIG. 5.2 : Modèle de propriété pétrophysique dans l'espace paramétrique. Ici, une simulation booléenne de chenaux a été effectuée dans différents plans puis les objets ont été remplis par des simulations gaussiennes séquentielles avec des plages de valeurs différentes suivant les faciès. Ce modèle sera ensuite reporté dans l'espace géologique réel en suivant la paramétrisation (voir figure 5.4).

5.1.2 Visualisation dans l'espace géologique

Une fois un modèle de propriété calculé dans l'espace paramétrique, il est nécessaire de visualiser celui-ci dans l'espace géologique initial. Si la fonction de paramétrisation inverse $\mathbf{x}(\mathbf{u})$ a été calculée, on peut utiliser le même algorithme que pour transférer les données de l'espace géologique vers l'espace paramétrique. Nous avons cependant vu que la fonction de paramétrisation inverse n'est pas toujours calculable facilement à cause des lacunes sédimentaires ou des érosions.

En réalité, toutes les zones de l'espace paramétrique ne nous intéressent pas à cette étape : si un point de l'espace paramétrique n'a pas d'image dans l'espace géologique alors ce point ne sera jamais représenté dans l'espace géologique. Plutôt que de calculer la fonction de paramétrisation inverse, il est donc plus simple d'utiliser à nouveau la fonction de paramétrisation $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ pour ne récupérer que les valeurs de propriété réellement utiles en adaptant l'algorithme précédent qui devient alors :

- 1: **pour tout** Point P de l'espace géologique où φ veut être connu **faire**
- 2: $\mathcal{T}(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \leftarrow$ tétraèdre contenant P
- 3: $(a, b, c) \leftarrow$ coordonnées barycentriques de P dans \mathcal{T}

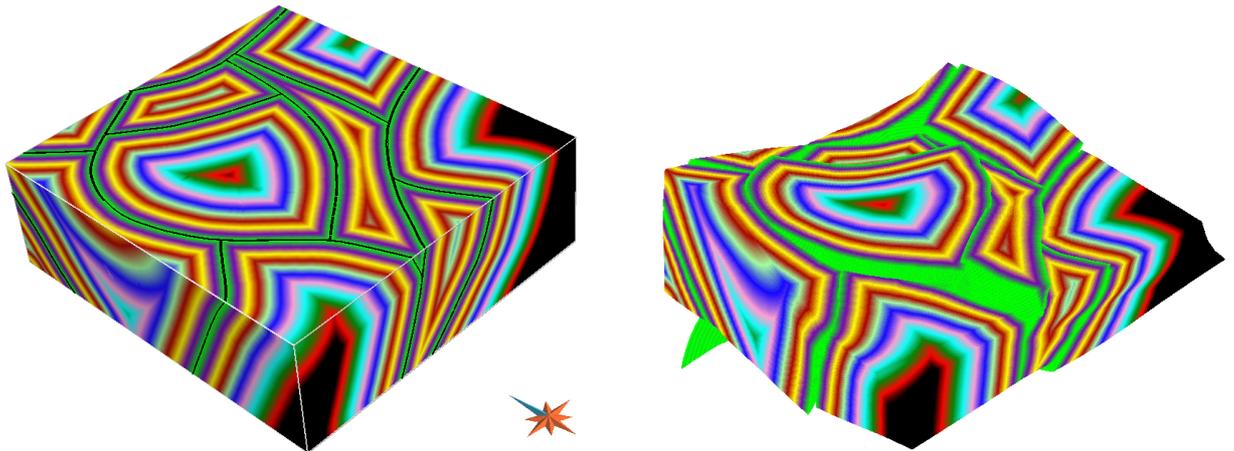


FIG. 5.3 : Carte de distance aux failles dans l'espace géologique (à gauche) correspondant au réseau de failles de la figure 1.6 et dans l'espace paramétrique (à droite). Une altération du cube de propriété pétrophysique de la figure 5.2 en fonction de cette carte de distance permet de prendre en compte l'influence des volumes de faille (d'après les travaux de T. Frank [Frank, 2005]).

- 4: $\mathbf{u}(P) \leftarrow$ coordonnées paramétriques de P calculées à partir de $\mathbf{u}(\alpha_0)$, $\mathbf{u}(\alpha_1)$, $\mathbf{u}(\alpha_2)$, $\mathbf{u}(\alpha_3)$, et a , b et c
- 5:
- 6: $//$. P' est l'image de P dans l'espace paramétrique
- 7: $P' \leftarrow \mathbf{u}(P)$
- 8:
- 9: $\varphi(P) \leftarrow \varphi(P')$
- 10: **fin pour**

La figure 5.4 synthétise ce processus, depuis des données plongées dans l'espace géologique jusqu'au modèle de propriété final.

En pratique, cette étape de visualisation de la propriété par le biais des coordonnées paramétriques est similaire à la technique de plaquage de texture¹ 3D, très utilisée dans les problèmes de visualisation complexes ([Möller et Haines, 1999]). Ainsi, cette technique est utilisée dans les logiciels de CAO ou de création de dessins animés pour rendre de façon réaliste des objets dont la géométrie est simple (tables, murs...) mais qui possèdent un degré de détail élevé. Dans le cadre géologique, cette technique est aussi utilisée, par exemple pour stocker des propriétés sur les failles ([Souche, 2005]).

L'utilisation de ces algorithmes de plaquage de texture dans le cadre de la paramétrisation GeoChron a nécessité des adaptations et l'implémentation de ces fonctions, ainsi que de nombreuses fonctions de visualisation avancées utilisées au cours de ce travail, a été réalisée par T. Frank ([Frank, 2004]).

Comme le montre la figure 5.5, le modèle de propriété ainsi obtenu est bien plus fin que le maillage tétraédrique initial et permet donc d'obtenir un modèle aussi précis que celui

¹Ou *texture mapping*.

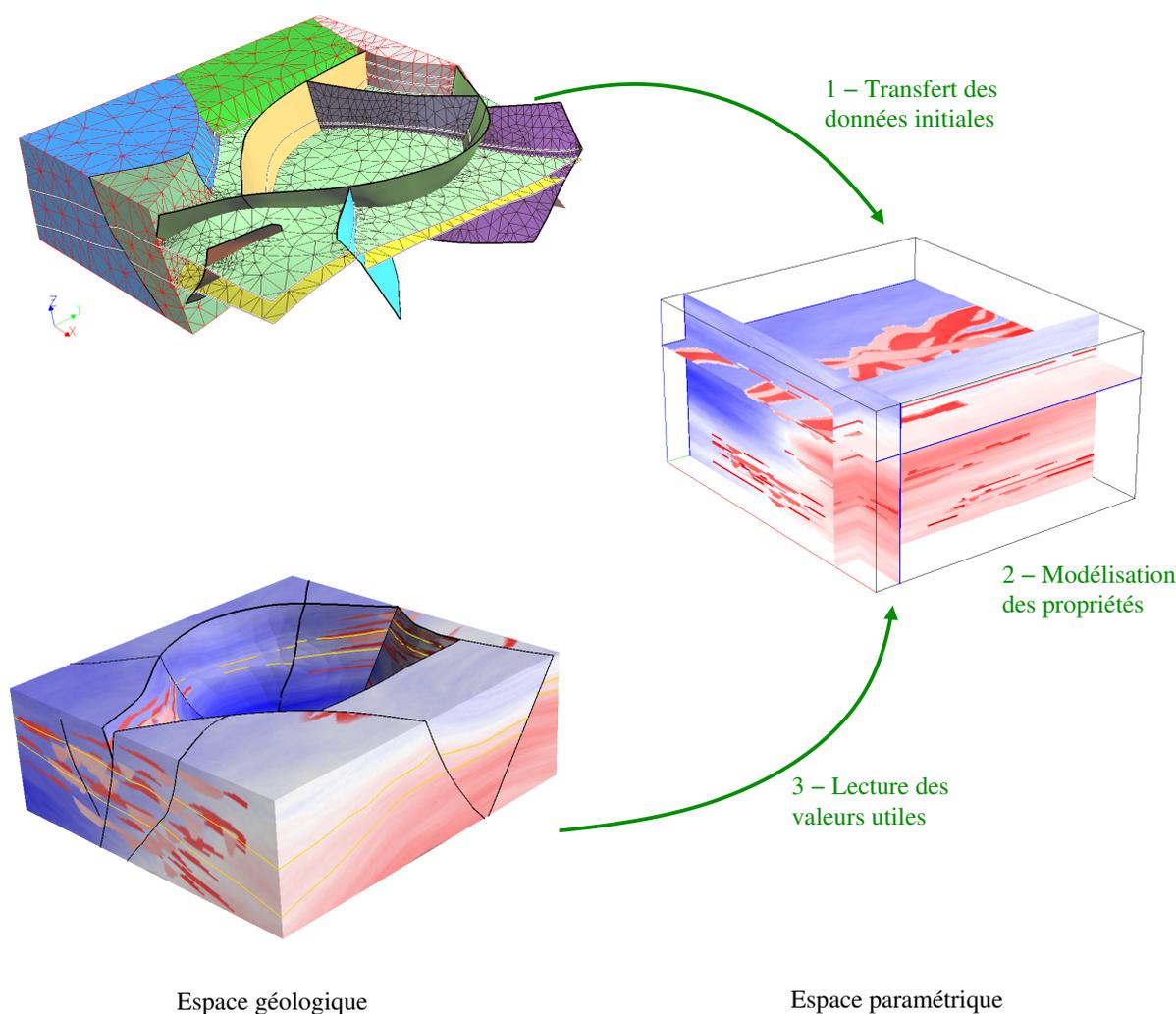


FIG. 5.4 : Méthode globale de représentation des propriétés pétrophysiques dans l'espace géologique. Partant d'un modèle GeoChron dans l'espace géologique (en haut à gauche), les données sont transférées dans l'espace paramétrique où la propriété est modélisée (à droite) puis l'espace géologique est rempli en allant lire les valeurs dans l'espace paramétrique (en bas à gauche).

qu'on obtiendrait avec une grille irrégulière, sans en avoir les inconvénients au niveau des failles.

5.1.3 Modélisation des systèmes sédimentaires

Dans le deuxième chapitre (voir paragraphe 2.2.2), nous avons vu que l'espace paramétrique GeoChron était similaire à l'espace de Wheeler utilisé en stratigraphie : dans cet espace en effet, l'axe vertical représente les âges de dépôt des terrains, tout comme le *temps* du modèle GeoChron.

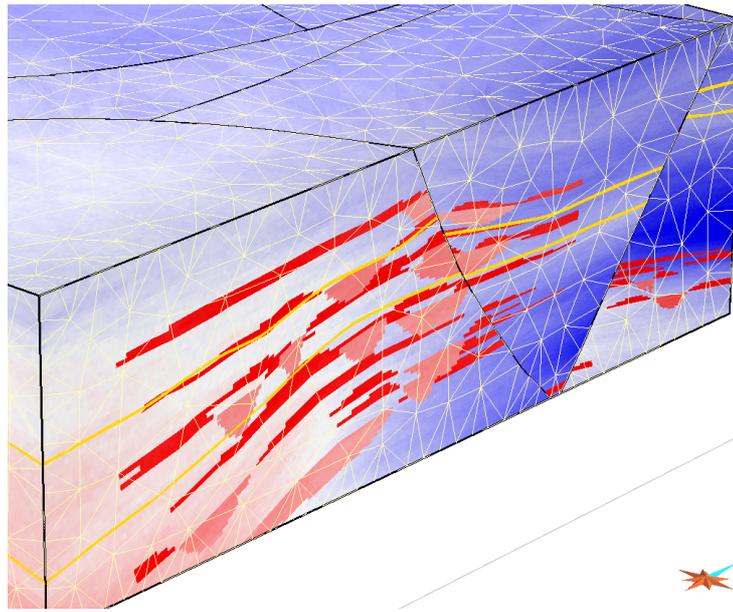


FIG. 5.5 : Modèle de propriété pétrophysique peint sur un volume tétraédrique. Le maillage tétraédrique (en blanc) a une résolution nettement plus grossière que celle du modèle de propriété. De plus, les structures sédimentaires, plates dans l'espace paramétrique (figure 5.2), suivent maintenant la géométrie des horizons (en orange) et sont affectés par les failles.

En pratique, ces deux modèles ne sont pas identiques, par la manière dont le modèle GeoChron est construit. En effet, nous avons vu que ce modèle supposait une interpolation continue du paramètre *temps* entre les différents horizons H_t (voir paragraphe 3.1.1) : l'image paramétrique d'un domaine donné ne peut donc pas contenir de lacunes entre deux horizons initiaux H_{t_i} et H_{t_j} . Notons tout de même qu'un résultat similaire à celui de la figure 2.4 peut être obtenu en construisant le paramètre *temps* en deux fois et en utilisant deux valeurs t_i et $t_{i'}$ différentes (une pour la partie au-dessous de la discontinuité, et une autre au-dessus).

Cette modification ne peut toutefois pas être utilisée dans le cadre de la modélisation fine des séquences stratigraphiques. Dans ce cadre, pour obtenir un diagramme similaire à celui de la figure 5.6, il faudrait introduire de nombreuses surfaces de discontinuité qui ne sont généralement pas encore localisées lorsque seules les limites de séquences majeures sont connues. Les lacunes ne peuvent apparaître dans le modèle GeoChron qu'à la faveur de surfaces d'érosion ou de non déposition clairement identifiées comme telles.

Cependant, il est possible de faire correspondre à l'espace paramétrique \overline{G} un autre espace W qui est réellement identique à l'espace chronostratigraphique de Wheeler (figure 5.7). La transformation passant de l'un à l'autre permet de passer des *temps stratigraphiques* correspondants à des durées réelles, dans l'espace de Wheeler, aux *temps apparents* utilisés dans l'espace paramétrique \overline{G} .

Le principe de cette transformation supplémentaire est de considérer que l'espace paramétrique \overline{G} , même si il n'est pas identique à l'espace de Wheeler W , permet de s'affranchir

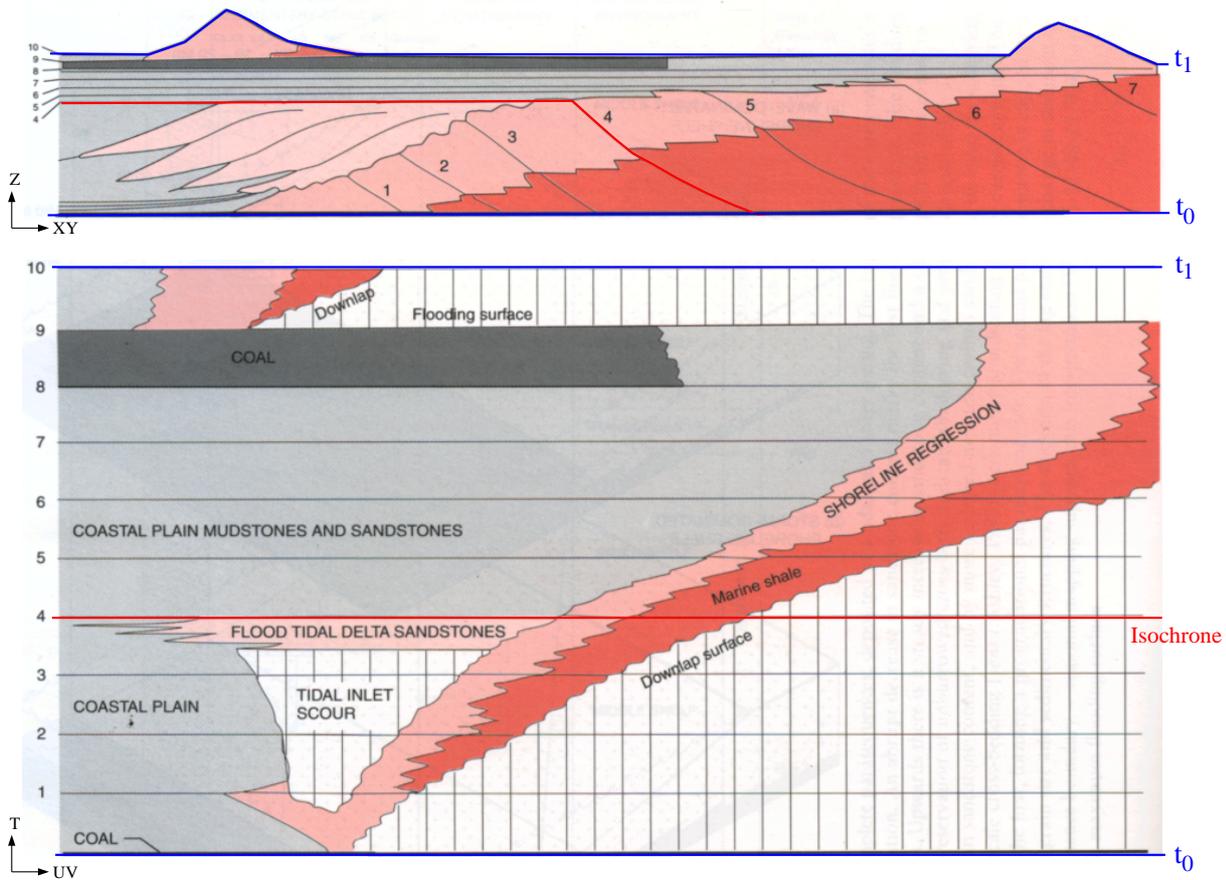


FIG. 5.6 : Correspondance entre l'espace géologique et l'espace de Wheeler. En haut, modèle lithostratigraphique de plaine côtière, en bas, le même modèle présenté dans l'espace chronostratigraphique de Wheeler (d'après [Emery et Myers, 1996]). Dans l'espace de Wheeler, les deux limites de séquences majeures (en bleu) sont horizontales de même que toute isochrone intermédiaire (en rouge). Noter l'importance des zones de non dépôt ou d'érosion au cœur des séquences.

des déformations structurales que les terrains ont pu subir après leur dépôt. Par conséquent, l'image des limites de séquences majeures utilisées comme horizons initiaux H_t pour construire \overline{G} est la même dans \overline{G} et dans W . De plus, les coordonnées d'espace (u, v) du modèle GeoChron sont identiques aux coordonnées d'espace des diagrammes stratigraphiques et seul l'axe vertical est affecté en passant de l'un à l'autre, le *temps apparent* de \overline{G} devenant un *temps stratigraphique* réel dans W .

Si des algorithmes génétiques de modélisation de séquences stratigraphiques sont disponibles, ils peuvent être utilisés entre deux limites de séquences telles que définies par le modèle GeoChron. Ce modèle permet de connaître, pour chaque séquence d'ordre inférieur, sa durée mais aussi l'épaisseur déposée correspondante (cette épaisseur peut ensuite avoir été érodée). Il devient donc possible de construire un véritable espace de Wheeler entre deux limites de séquences majeures. Cet espace peut ensuite être retransformé en l'espace paramétrique \overline{G} , par une simple intégration verticale, d'après le principe expliqué ci-dessous.

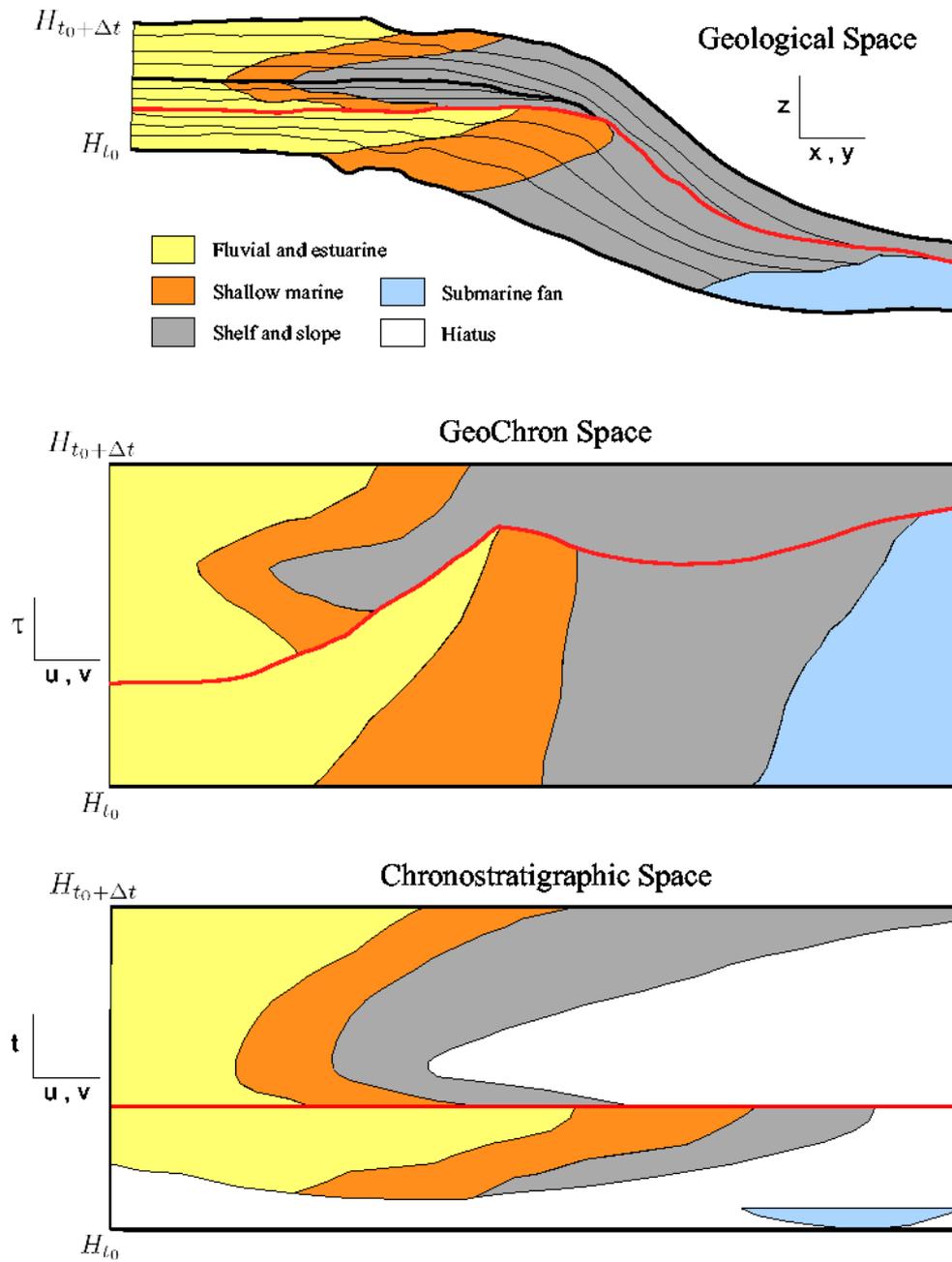


FIG. 5.7 : Correspondance entre l'espace géologique (en haut), l'espace paramétrique \overline{G} (au milieu) et l'espace de Wheeler (en bas) construits à partir des deux surfaces limitant une séquence majeure. L'isochrone intermédiaire (en rouge) est transformée en une ligne horizontale dans l'espace de Wheeler, mais pas dans l'espace paramétrique. Noter la présence de vides dans l'espace de Wheeler qui sont absents dans l'espace paramétrique. On vérifie aussi ici l'importance de choisir des surfaces isochrones et non pas des limites de faciès pour construire la paramétrisation GeoChron ([Kedzierski et al., 2005b]).

Transformation de l'espace de Wheeler vers l'espace GeoChron

Considérons une ligne verticale de l'espace paramétrique, c'est-à-dire une ligne IPG, entre deux limites de séquences H_t et $H_{t+\Delta t}$. Cette ligne coupe $p + 1$ couches appartenant à des séquences d'ordre inférieur qui correspondent à des durées $\delta t_0, \delta t_1, \dots, \delta t_p$ dans l'espace paramétrique telles que :

$$\sum_{i=0}^p \delta t_i = \Delta t$$

En d'autres termes, l'intervalle de temps Δt entre les deux limites de séquences majeures est occupé par p séquences d'ordre inférieur de durée δt_i chacune.

Si l'on considère les épaisseurs de sédiments déposés durant cette durée Δt , chaque séquence a une épaisseur δh_i , pour une somme totale de Δh . Notons que, du fait des érosions qui ont pu avoir lieu au cours de la séquence, certains δh_i peuvent être négatifs. De la sorte, Δh est toujours égal à l'épaisseur observée actuellement dans G le long de la ligne IPG.

Soit \mathcal{T} la fonction transformant un *temps stratigraphique* τ_i dans W en un *temps apparent* t_i dans \overline{G} . On peut montrer (voir [Kedzierski *et al.*, 2005b]) que le *temps apparent* correspondant à chaque couche élémentaire s'exprime en fonction des épaisseurs des différentes couches :

$$\mathcal{T}(\delta \tau_i) = \delta t_i = \frac{\Delta t}{\Delta h} \cdot \delta h_i \quad (5.1)$$

Cette équation n'est valable qu'en l'absence d'érosion au cours de la séquence (mais éventuellement avec des lacunes de sédimentation). En cas d'érosion, le *temps apparent* peut être calculé en considérant non pas l'épaisseur qui s'est déposée jusqu'au point considéré mais le maximum des épaisseurs qui se sont déposées après chaque épisode d'érosion au-dessus du point considéré.

Enfin, remarquons que ce processus impose que les épaisseurs dans l'espace de Wheeler soient construites en accord avec l'épaisseur totale à obtenir. Cette épaisseur totale est en effet fixée par le modèle géométrique initial.

Il est donc possible d'utiliser le modèle GeoChron pour construire un modèle stratigraphique cohérent en utilisant le processus suivant :

- Partant des données initiales et particulièrement des limites de séquences majeures, une paramétrisation GeoChron est construite. Cette paramétrisation permet, dans l'espace \overline{G} , de s'affranchir des effets structuraux des failles ou des plis.
- L'image des limites de séquences majeures étant la même dans l'espace paramétrique \overline{G} et dans l'espace stratigraphique de Wheeler, un modèle stratigraphique peut être construit entre ces limites dans l'espace de Wheeler.
- Une fois le modèle construit, il peut être transformé pour correspondre à nouveau à l'espace paramétrique \overline{G} , en utilisant l'équation 5.1 ci-dessus. Cette équation permet, sur chaque ligne verticale de la grille qui couvre l'espace paramétrique, de calculer la position des limites de séquences d'ordre inférieur.
- Enfin, comme expliqué dans le paragraphe 5.1, un modèle dans l'espace paramétrique peut être transformé en un modèle correspondant dans l'espace géologique réel.

Ce processus permet donc de construire en deux étapes un modèle stratigraphique cohérent avec les données, en passant par des espaces dans lesquels les données sont plus faciles à appréhender. Des premiers travaux dans cette direction ont été initiés récemment par P. Kedzierski ([Kedzierski *et al.*, 2005b]) en se basant sur un algorithme de remplissage mis au point en collaboration avec A. Le Solleuz (voir [Kedzierski *et al.*, 2005a]).

Notons toutefois que ces modèles reposent sur l’hypothèse très forte que les horizons utilisés pour construire le modèle GeoChron sont bien des isochrones et non pas des limites de faciès lithologiques ou sismiques. Il faut donc être particulièrement prudent dans le choix des données d’entrée.

5.1.4 Changements d’échelle (*upscaling*)

Un problème récurrent dans le cadre de la modélisation des réservoirs concerne les différentes échelles de représentation et les transferts entre ces différentes échelles. En effet, la complexité des calculs et la puissance des ordinateurs impose d’utiliser pour les simulations d’écoulement des grilles plus grossières que celles utilisées pour la modélisation de propriété, il est donc indispensable de disposer de méthodes pour passer d’une échelle à l’autre². De plus, pour des propriétés pétrophysiques complexes, en particulier la perméabilité, ce changement d’échelle doit se faire en intégrant les valeurs autour de la cellule concernée et pas uniquement celles à l’intérieur de cette cellule, ce qui complique encore le processus.

De nombreux auteurs se sont penchés sur cette question (voir par exemple [Prevost *et al.*, 2004], [Renard et de Marsily, 1997], [Chilès et Delfiner, 1999], [Tureyen *et al.*, 2004] entre autres) et nous ne proposons pas ici de solution nouvelle à ce problème. Cependant, le modèle GeoChron se présentant différemment des modèles habituels, il est intéressant de regarder comment la mise à l’échelle peut être envisagée dans le cadre de ce modèle.

Le processus de changement d’échelle avec le modèle GeoChron se situe dans le contexte suivant :

- Une propriété pétrophysique quelconque (habituellement la perméabilité) est connue dans chaque cellule d’une grille structurée régulière fine couvrant l’espace paramétrique \bar{G} . Cette propriété peut être un tenseur d’ordre 3 si on considère par exemple les anisotropies de perméabilité.
- Une grille formée de cellules polyédriques quelconques et adaptée par exemple aux contraintes des simulations d’écoulement couvre l’espace géologique.
- Le changement d’échelle doit permettre d’obtenir une valeur unique de la propriété dans chaque macro-cellule de la grille d’écoulement.

Rappelons que la fonction de paramétrisation $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ n’est échantillonnée qu’aux nœuds du maillage sur lequel elle est construite. Par conséquent, les gradients de $u(\mathbf{x})$, $v(\mathbf{x})$ et $t(\mathbf{x})$ sont constants dans chaque cellule de ce maillage, de même que les fonctions $\mathbf{x}_u(\mathbf{x})$, $\mathbf{x}_v(\mathbf{x})$ et $\mathbf{x}_t(\mathbf{x})$ qui sont calculées grâce à ces gradients (équation 2.3).

On suppose que les cellules de la grille d’écoulement sont de tailles suffisamment proches de celles du maillage utilisé pour construire la paramétrisation GeoChron. De

²On parle en anglais d’*upscaling*.

la sorte, les fonctions $\mathbf{x}_u(\mathbf{x})$, $\mathbf{x}_v(\mathbf{x})$ et $\mathbf{x}_t(\mathbf{x})$ seront considérées comme constantes dans chaque cellule.

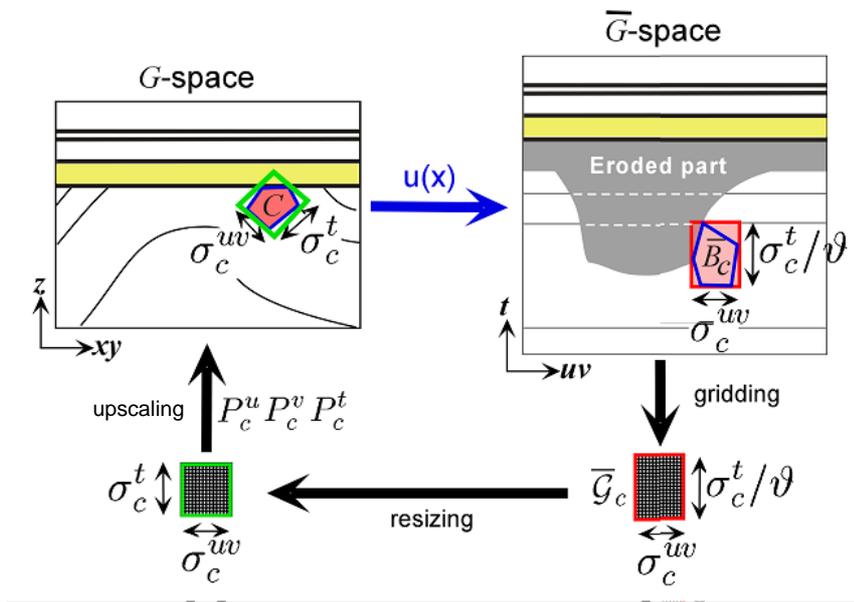


FIG. 5.8 : Upscaling d'une propriété pétrophysique de la grille fine dans l'espace paramétrique vers une grille grossière de l'espace géologique. La cellule C de l'espace géologique, centrée sur le point \mathbf{x}^c , est associée avec la boîte \overline{B}_c de l'espace paramétrique, centrée sur le point $\mathbf{u}(\mathbf{x}^c)$. La boîte \overline{B}_c peut recouvrir des zones érodées ou faillées sans introduire d'artefacts dans le calcul. Commentaire complet dans le texte ([Mallet, 2004]).

La procédure de mise à l'échelle proposée par J.-L. Mallet dans le cadre du modèle GeoChron ([Mallet, 2004]) pour calculer une valeur équivalente de la fonction φ dans la macro-cellule C est la suivante (figure 5.8) :

1. Déterminer le centre de gravité \mathbf{x}^c de la cellule C ainsi que son image $\mathbf{u}^c = \mathbf{u}(\mathbf{x}^c)$ dans l'espace paramétrique \overline{G} .
2. Déterminer les tailles σ_u^c , σ_v^c et σ_t^c de C suivant les trois directions parallèles à $\mathbf{x}_u(\mathbf{x}^c)$, $\mathbf{x}_v(\mathbf{x}^c)$ et $\mathbf{x}_t(\mathbf{x}^c)$.
3. Dans l'espace paramétrique, construire une boîte parallélépipédique \overline{B}_c centrée sur \mathbf{u}^c , parallèle aux trois axes \mathbf{U} , \mathbf{V} , \mathbf{T} de \overline{G} et de dimensions Δ_u^c , Δ_v^c et Δ_t^c telles que :
 - $\Delta_u^c = \sigma_u^c$ est la dimension suivant la direction \mathbf{U} ;
 - $\Delta_v^c = \sigma_v^c$ est la dimension suivant la direction \mathbf{V} ;
 - $\Delta_t^c = \sigma_t^c / \|\boldsymbol{\vartheta}_\phi(\mathbf{x}^c)\|$ est la dimension suivant la direction \mathbf{T} .
4. La cellule \overline{B}_c recouvre un certain nombre de cellules de la grille structurée régulière fine $\overline{\mathcal{G}}$ dans laquelle la propriété pétrophysique φ a été modélisée.
5. Transformer la partie $\overline{\mathcal{G}}_c$ de $\overline{\mathcal{G}}$ contenue dans \overline{B}_c en une grille fine \mathcal{G}_c de l'espace géologique possédant le même nombre de cellules, d'après les règles suivantes :
 - les axes de \mathcal{G}_c sont parallèles aux trois vecteurs $\mathbf{x}_u(\mathbf{x}^c)$, $\mathbf{x}_v(\mathbf{x}^c)$ et $\mathbf{x}_t(\mathbf{x}^c)$;

- l’extension latérale de \mathcal{G}_c est σ_u^c , σ_v^c et σ_t^c , suivant les trois axes $\mathbf{x}_u(\mathbf{x}^c)$, $\mathbf{x}_v(\mathbf{x}^c)$ et $\mathbf{x}_t(\mathbf{x}^c)$;
 - chaque cellule de \mathcal{G}_c contient la valeur $\varphi(\mathbf{u})$ de la cellule de $\overline{\mathcal{G}_c}$ correspondante.
6. Appliquer n’importe quelle méthode de changement d’échelle, statique ou dynamique, sur la grille fine \mathcal{G}_c pour obtenir une valeur équivalente $\overline{\varphi_C}$ de la propriété sur la cellule C .

La transformation de l’étape 3 se justifie car, d’une part les vecteurs $\mathbf{x}_u(\mathbf{x}^c)$, $\mathbf{x}_v(\mathbf{x}^c)$ et $\mathbf{x}_t(\mathbf{x}^c)$ ont pour image dans l’espace paramétrique les vecteurs \mathbf{U} , \mathbf{V} et \mathbf{T} (voir paragraphe 2.1.2) et d’autre part, les axes horizontaux \mathbf{U} et \mathbf{V} de l’espace paramétrique représentent les coordonnées paléo-géographiques et sont donc à la même échelle que les axes de l’espace géologique, alors que l’axe \mathbf{T} , quant à lui, est un temps et doit être corrigé par la vitesse de sédimentation instantanée pour obtenir la longueur correspondante suivant les axes d’espace.

Notons aussi que, si la grille fine $\overline{\mathcal{G}_c}$ est obligatoirement orthogonale car \mathbf{U} , \mathbf{V} et \mathbf{T} forment un repère orthogonal, cela n’est pas le cas de la grille fine \mathcal{G}_c dont les axes sont alignés sur $\mathbf{x}_u(\mathbf{x}^c)$, $\mathbf{x}_v(\mathbf{x}^c)$ et $\mathbf{x}_t(\mathbf{x}^c)$ qui ne sont en général pas orthogonaux.

Enfin, si la méthode de mise à l’échelle choisie implique de considérer non seulement les cellules de la grille fine contenues dans C mais aussi celles alentour, il suffit de choisir des tailles σ_u^c , σ_v^c et σ_t^c en accord.

L’utilisation d’une grille fine représentant l’espace de dépôt, y compris les zones qui ne sont plus observables maintenant, présente aussi un avantage. En effet, comme l’illustre la figure 5.8, si une cellule se situe au bord d’une discontinuité, les valeurs de propriété utilisées pour calculer la valeur équivalente seront toutes prélevées dans des régions géologiquement compatibles avec la cellule, fournissant ainsi un résultat a priori plus cohérent.

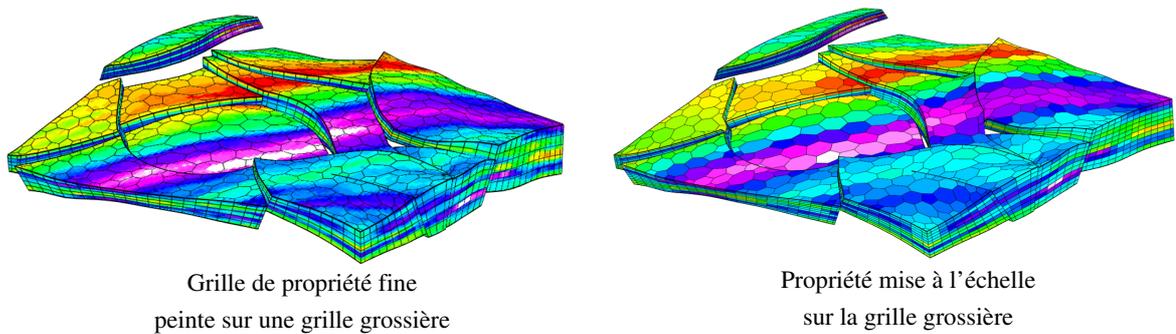


FIG. 5.9 : Exemple d’upscaling d’une propriété sur une grille polyédrique. À gauche, une simulation stochastique de propriété réalisée sur une grille fine dans l’espace paramétrique est peinte sur une grille polyédrique adaptée aux écoulements, dans l’espace géologique. À droite, la propriété a été mise à l’échelle (par une simple moyenne arithmétique) de la grille grossière (d’après [Grosse, 2002]).

5.2 Utilisation du tenseur de déformation

Le modèle GeoChron peut être utilisé pour approcher le tenseur de déformation des terrains de la zone d'étude. En effet, l'espace paramétrique peut être considéré, dans certains cas simples, comme une image des couches avant leur déformation et leur rupture éventuelle.

Nous présentons ici des résultats démontrés par J.-L. Mallet ([Mallet, 2004]) sur l'estimation du tenseur de déformation total à partir de la paramétrisation GeoChron, puis nous illustrerons cette méthode avec quelques exemples simples. La méthode présentée ici est une méthode géométrique qui considère uniquement la transformation mathématique permettant de passer d'un état initial non plissé à l'état actuel plissé sans prendre en compte directement les paramètres géomécaniques des roches.

5.2.1 De la paramétrisation au tenseur de déformation

Restauration d'une couche fine

À l'instant t , l'horizon H_t en cours de formation était un plan $\overline{H_t}$ dans l'espace géologique. Son voisin $H_{t-\Delta t}$, situé légèrement en dessous, avait alors potentiellement déjà été transformé en un horizon plissé $\widetilde{H_{t-\Delta t}}$. De plus, on considère qu'à cet instant la sédimentation s'est faite suivant un axe vertical \mathbf{T} parallèle à l'axe des *temps*.

On peut donc restaurer la couche $\{H_t, H_{t-\Delta t}\}$ telle qu'elle est observée actuellement en une couche $\{\overline{H_t}, \widetilde{H_{t-\Delta t}}\}$ telle qu'elle était à l'instant t avec la méthode suivante :

- on choisit le plan horizontal $\overline{H_t}$ représentant l'image de H_t ;
- l'horizon $\widetilde{H_{t-\Delta t}}$ est construit à partir de l'horizon $\overline{H_t}$ et de l'épaisseur déduite grâce à la vitesse de sédimentation instantanée :

$$\forall \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ t \end{bmatrix} \in \overline{H_t} \mapsto \tilde{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ t - \vartheta_\phi \cdot \Delta t \end{bmatrix} \in \widetilde{H_{t-\Delta t}}$$

où \mathcal{V}_ϕ représente la vitesse de sédimentation instantanée (définie au paragraphe 2.2.1) au point $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{u})$.

La transformation ainsi définie est appelée *restauration* (voir [Massot, 2002], [Mallet, 2002]) et notée R :

$$\{H_t, H_{t-\Delta t}\} \xrightarrow{R} \{\overline{H_t}, \widetilde{H_{t-\Delta t}}\}$$

De plus, cette transformation est continue et, pour des variations infinitésimales Δu , Δv et Δt autour d'un point $\mathbf{x}(u, v, t)$ de l'espace géologique G , elle peut être approximée linéairement, c'est-à-dire que :

$$\text{si } R(\mathbf{x}(u, v, t)) = \begin{bmatrix} u \\ v \\ t \end{bmatrix} \text{ alors } R(\mathbf{x}(u + \Delta u, v + \Delta v, t - \Delta t)) = \begin{bmatrix} u + \Delta u \\ v + \Delta v \\ t - \vartheta_\phi \cdot \Delta t \end{bmatrix}$$

Afin de déterminer les équations régissant cette restauration, nous allons calculer les images $R(\mathbf{x}_u(\mathbf{x}))$, $R(\mathbf{x}_v(\mathbf{x}))$ et $R(\mathbf{x}_t(\mathbf{x}))$ des trois vecteurs $\mathbf{x}_u(\mathbf{x})$, $\mathbf{x}_v(\mathbf{x})$ et $\mathbf{x}_t(\mathbf{x})$ caractéristiques de la paramétrisation (voir paragraphe 2.1.2). Ces trois vecteurs s'expriment en fonction de la paramétrisation $\mathbf{x}(u, v, t)$ d'un point \mathbf{x} de l'espace géologique G :

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_u(\mathbf{x}) &= \left. \frac{\partial \mathbf{x}(u, v(\mathbf{x}), t(\mathbf{x}))}{\partial u} \right|_{u=u(\mathbf{x})} \\ \mathbf{x}_v(\mathbf{x}) &= \left. \frac{\partial \mathbf{x}(u(\mathbf{x}), v, t(\mathbf{x}))}{\partial v} \right|_{v=v(\mathbf{x})} \\ \mathbf{x}_t(\mathbf{x}) &= \left. \frac{\partial \mathbf{x}(u(\mathbf{x}), v(\mathbf{x}), t)}{\partial t} \right|_{t=t(\mathbf{x})}\end{aligned}$$

Considérons par exemple le vecteur $\mathbf{x}_t(\mathbf{x})$. Il peut aussi s'exprimer comme :

$$\mathbf{x}_t(\mathbf{x}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\mathbf{x}(u(\mathbf{x}), v(\mathbf{x}), t(\mathbf{x})) - \mathbf{x}(u(\mathbf{x}), v(\mathbf{x}), t(\mathbf{x}) - \Delta t)}{\Delta t}$$

L'expression linéaire de R ci-dessus permet d'obtenir :

$$\begin{aligned}R(\mathbf{x}_t(\mathbf{x})) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\begin{bmatrix} u(\mathbf{x}) \\ v(\mathbf{x}) \\ t(\mathbf{x}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u(\mathbf{x}) \\ v(\mathbf{x}) \\ t(\mathbf{x}) - \vartheta_\phi \cdot \Delta t \end{bmatrix}}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vartheta_\phi \cdot \Delta t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vartheta_\phi \end{bmatrix} \\ &= \|\vartheta_\phi(\mathbf{x})\| \cdot \mathbf{T}\end{aligned}$$

De manière similaire pour \mathbf{x}_u et \mathbf{x}_v on obtient :

$$\begin{aligned}R(\mathbf{x}_u(\mathbf{x})) &= \mathbf{U} \\ R(\mathbf{x}_v(\mathbf{x})) &= \mathbf{V} \\ R(\mathbf{x}_t(\mathbf{x})) &= \|\vartheta_\phi(\mathbf{x})\| \cdot \mathbf{T}\end{aligned}$$

ou encore, en d'autres termes :

- l'image du vecteur $\mathbf{x}_u(\mathbf{x})$ au moment du dépôt est le vecteur \mathbf{U} ;
- l'image du vecteur $\mathbf{x}_v(\mathbf{x})$ au moment du dépôt est le vecteur \mathbf{V} ;
- l'image du vecteur $\mathbf{x}_t(\mathbf{x})$ au moment du dépôt est le vecteur $\widetilde{\mathbf{T}}(\mathbf{x}) = \|\vartheta_\phi(\mathbf{x})\| \cdot \mathbf{T}$.

Le tenseur métrique

Il apparaît donc que les images au moment du dépôt des vecteurs \mathbf{x}_u , \mathbf{x}_v , et \mathbf{x}_t par la restauration R sont les vecteurs \mathbf{U} , \mathbf{V} et $\widetilde{\mathbf{T}}(\mathbf{x})$.

Dans le paragraphe 2.1.2, nous avons vu que le tenseur métrique $g(\mathbf{x})$ associé à un repère $(\mathbf{x}_u, \mathbf{x}_v, \mathbf{x}_t)$ se définissait comme (équation 2.3) :

$$g(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \|\mathbf{x}_u\|^2 & \mathbf{x}_u \cdot \mathbf{x}_v & \mathbf{x}_u \cdot \mathbf{x}_t \\ \mathbf{x}_v \cdot \mathbf{x}_u & \|\mathbf{x}_v\|^2 & \mathbf{x}_v \cdot \mathbf{x}_t \\ \mathbf{x}_t \cdot \mathbf{x}_u & \mathbf{x}_t \cdot \mathbf{x}_v & \|\mathbf{x}_t\|^2 \end{bmatrix}$$

De la même manière, on peut calculer le tenseur métrique $g_0(\mathbf{x})$ associé au repère $(\mathbf{U}, \mathbf{V}, \widetilde{\mathbf{T}}(\mathbf{x}))$, qui se simplifie car \mathbf{U} , \mathbf{V} et \mathbf{T} forment une base orthonormée de \overline{G} :

$$\begin{aligned} g_0(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} \|\mathbf{U}\|^2 & \mathbf{U} \cdot \mathbf{V} & \mathbf{U} \cdot \widetilde{\mathbf{T}}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{V} \cdot \mathbf{U} & \|\mathbf{V}\|^2 & \mathbf{V} \cdot \widetilde{\mathbf{T}}(\mathbf{x}) \\ \widetilde{\mathbf{T}}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{U} & \widetilde{\mathbf{T}}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{V} & \|\widetilde{\mathbf{T}}(\mathbf{x})\|^2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & |\vartheta_\phi(\mathbf{x})|^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Le tenseur de déformation

Il existe plusieurs manières de définir le tenseur de déformation d'un objet, à partir des vecteurs de déplacement par exemple. Nous utiliserons ici une définition basée sur les tenseurs métriques (voir [Mallet, 2002] ou [Sédov, 1975] pour différentes définitions possibles).

Le tenseur de déformation $\varepsilon(\mathbf{x})$ (ou E) ou *tenseur de Green-Lagrange*, caractérisant les déformations de l'espace géologique G au voisinage d'un point \mathbf{x} entre le temps de formation et le temps présent, est défini comme la moitié de la différence entre deux tenseurs métriques associés à des repères correspondants :

$$\varepsilon(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \cdot (g(\mathbf{x}) - g_0(\mathbf{x}))$$

Le tenseur de Green-Lagrange est relatif aux coordonnées d'espace et il est parfois intéressant d'utiliser le même tenseur mais relatif aux coordonnées matérielles. On parle alors du tenseur eulérien S qui se définit dans notre cas comme :

$$S(\mathbf{x}) = g^{-1}(\mathbf{x}) \cdot \varepsilon(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} (I - g^{-1}(\mathbf{x}) \cdot g_0(\mathbf{x}))$$

D'autre part, le tenseur eulérien possède un avantage en terme de calcul. En effet, on a vu (équation 2.4) que l'inverse g^{-1} de g pouvait très facilement se calculer en fonction des gradients de u , v et t , alors que le tenseur g lui-même s'exprime en fonction des \mathbf{x}_u , \mathbf{x}_v et \mathbf{x}_t qui sont des fonctions plus complexes (deux produits vectoriels et un produit scalaire pour chaque terme) des gradients.

Invariants du tenseur de déformation

D'après la définition de $\varepsilon(\mathbf{X})$, le tenseur de déformation dépend fortement du système de coordonnées (u, v, t) à partir duquel $(\mathbf{x}_u, \mathbf{x}_v, \mathbf{x}_t)$ puis g et g_0 sont calculés. Cependant, il existe un certain nombre d'*invariants* ([Mallet, 2002]) de ce tenseur, c'est-à-dire des scalaires qui ne changent pas si l'échelle du *temps* est changée ou si les coordonnées paléogéographiques u et v subissent une translation ou une rotation.

En outre, le tenseur de déformation est une donnée complexe (une matrice 3×3) difficile à interpréter et à visualiser telle quelle. Les invariants de ce tenseur permettent de simplifier l'utilisation des déformations.

Par exemple, on peut observer un petit élément de volume dV autour d'un point \mathbf{x} et son image dV_0 à l'instant de son dépôt. Le *coefficient de dilatation cubique* θ se définit comme :

$$\theta(\mathbf{x}) = \frac{dV - dV_0}{dV_0}$$

On montre ([Mallet, 2002], par exemple) que ce coefficient se calcule à partir des tenseurs métriques :

$$\theta(\mathbf{x}) = \sqrt{\frac{\det g(\mathbf{x})}{\det g_0(\mathbf{x})}} - 1 = \sqrt{\frac{\det g_0^{-1}(\mathbf{x})}{\det g^{-1}(\mathbf{x})}} - 1$$

Or on a vu que, d'une part :

$$\det g^{-1}(\mathbf{x}) = ((\mathbf{grad} u(\mathbf{x}) \times \mathbf{grad} v(\mathbf{x})).\mathbf{grad} t(\mathbf{x}))$$

et d'autre part :

$$\vartheta_\phi(\mathbf{x}) = \frac{1}{1 - \phi(\mathbf{x})} \vartheta(\mathbf{x}) = \frac{1}{(1 - \phi(\mathbf{x})).\|\mathbf{grad} t(\mathbf{x})\|}$$

De plus, le déterminant de $g_0^{-1}(\mathbf{x})$ est facile à calculer car g_0 est un tenseur diagonal :

$$\begin{aligned} \det g_0^{-1}(\mathbf{x}) &= \frac{1}{|\vartheta_\phi(\mathbf{x})|^2} \\ &= (1 - \phi(\mathbf{x}))^2 \cdot \|\mathbf{grad} t(\mathbf{x})\|^2 \end{aligned}$$

On en déduit donc l'expression de $\theta(\mathbf{x})$:

$$\begin{aligned} \theta(\mathbf{x}) &= \sqrt{\frac{\det g_0^{-1}(\mathbf{x})}{\det g^{-1}(\mathbf{x})}} - 1 \\ &= \sqrt{\frac{(1 - \phi(\mathbf{x}))^2 \cdot \|\mathbf{grad} t(\mathbf{x})\|^2}{((\mathbf{grad} u(\mathbf{x}) \times \mathbf{grad} v(\mathbf{x})).\mathbf{grad} t(\mathbf{x}))^2}} - 1 \\ &= \frac{1 - \phi(\mathbf{x})}{|(\mathbf{grad} u(\mathbf{x}) \times \mathbf{grad} v(\mathbf{x})).\mathbf{N}(\mathbf{x})|} - 1 \end{aligned}$$

Cette expression montre clairement l'invariance de θ par rapport à une translation ou rotation de u et de v (les gradients restant les mêmes) ou encore par rapport à un changement d'échelle de t (\mathbf{N} étant un vecteur normalisé, il ne dépend pas de la norme de $\mathbf{grad} t$).

Valeurs propres et vecteurs propres de ε

En règle générale, on utilise aussi les *directions principales de déformation* qui correspondent aux trois valeurs propres λ_1 , λ_2 et λ_3 associées aux trois vecteurs propres V_1 , V_2 et V_3 de ε . Notons au passage qu'on peut montrer que ces trois vecteurs propres sont orthogonaux entre eux.

5.2.2 Déformation de structures géologiques

Les équations précédentes sont illustrées ici sur un jeu de données simple pour permettre une comparaison aisée avec les prévisions théoriques. Cela écarte donc, dans un premier temps, les modèles faillés ainsi que les modèles présentant clairement une tectonique multi-phase ou multi-axes, comme par exemple l'anticlinal de Split Mountain (Utah) utilisé dans le chapitre 3 (en particulier vers l'est).

Exemple d'un anticlinal

Dans cette partie, nous utilisons donc un jeu de données très simple qui nous a été fourni par Chevron. Il s'agit d'une structure globalement anticlinale avec quelques variations latérales (voir figure 5.10). Nous disposons initialement d'un ensemble de cinq horizons qui représentent des limites de couches au sein de l'anticlinal. On peut ici considérer que les surfaces, planes à l'origine, ont subi une déformation simple pour atteindre leur géométrie actuelle.

Dans un premier temps, un modèle GeoChron a été construit à partir de ces surfaces. Pour cela, une valeur de *temps* a été affectée à chaque horizon, permettant l'interpolation globale dans un maillage tétraédrique couvrant le volume. Comme les horizons sont ici régulièrement espacés, nous avons fixé un intervalle de *temps* constant entre deux horizons successifs. Puis une paramétrisation 2D a été calculée sur un horizon au milieu. Cette paramétrisation a été propagée dans le volume, grâce aux contraintes DSI d'orthogonalité 3D. La figure 5.11 présente le modèle GeoChron correspondant.

Ensuite, le tenseur de déformation $\varepsilon(\mathbf{x})$ a été calculé en tout point du volume tétraédrisé. En réalité, comme ce tenseur dépend des gradients des coordonnées paramétriques u , v , t qui sont elles-mêmes définies aux nœuds des tétraèdres et constantes sur chaque tétraèdre, ε est constant sur chaque tétraèdre. Nous avons donc calculé une valeur au centre de gravité de chaque tétraèdre. Comme il est difficile de représenter ou de contrôler un tenseur, ou même ses vecteurs et valeurs propres, nous avons choisi comme paramètre caractéristique la dilatation $\theta(\mathbf{x})$. Les résultats sont présentés sur la figure 5.12.

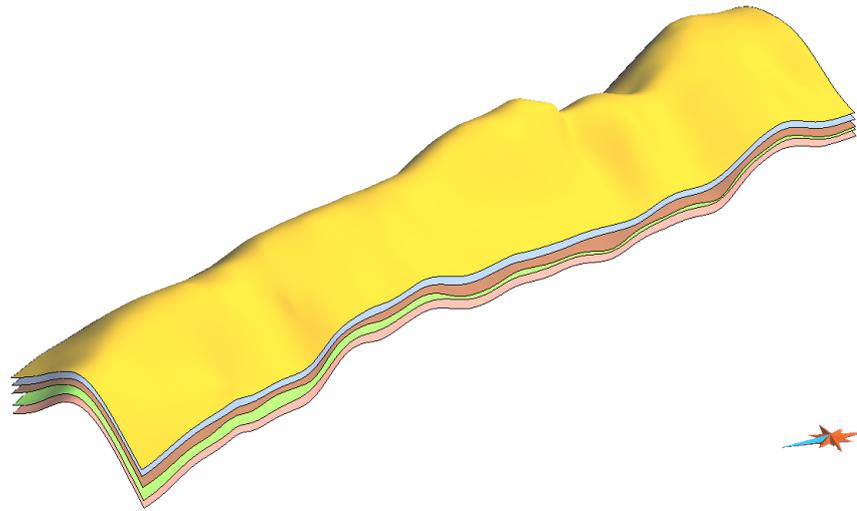


FIG. 5.10 : Modèle surfacique initial, échelle verticale doublée (données Chevron).

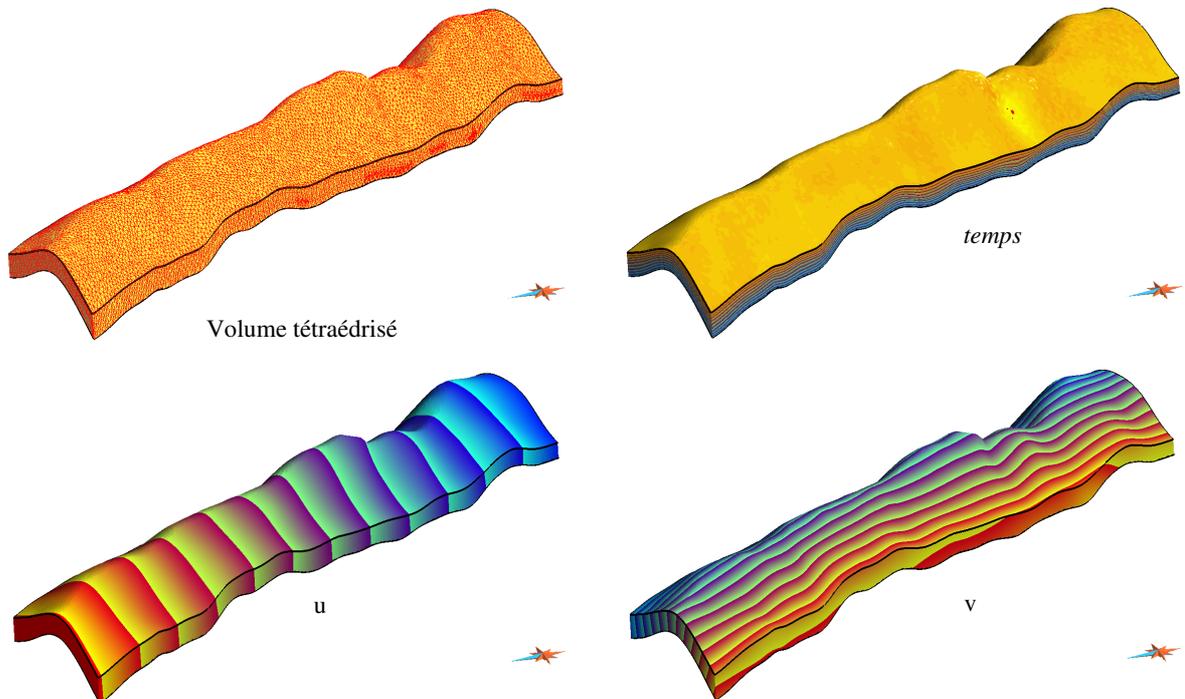


FIG. 5.11 : Modèle volumique tétraédrisé (en haut à gauche, avec le maillage) avec une paramétrisation GeoChron (en haut à droite, composante t , en bas composantes u et v de la paramétrisation), exagération verticale $\times 2$.

Ces images montrent une bonne correspondance avec les déformations théoriques attendues : le long de l'axe de l'anticlinal, il y a eu dilatation au sommet et contraction à la base. Les flancs, quant à eux, n'ont été que peu affectés par la déformation et gardent des valeurs de dilatation proches de 0.

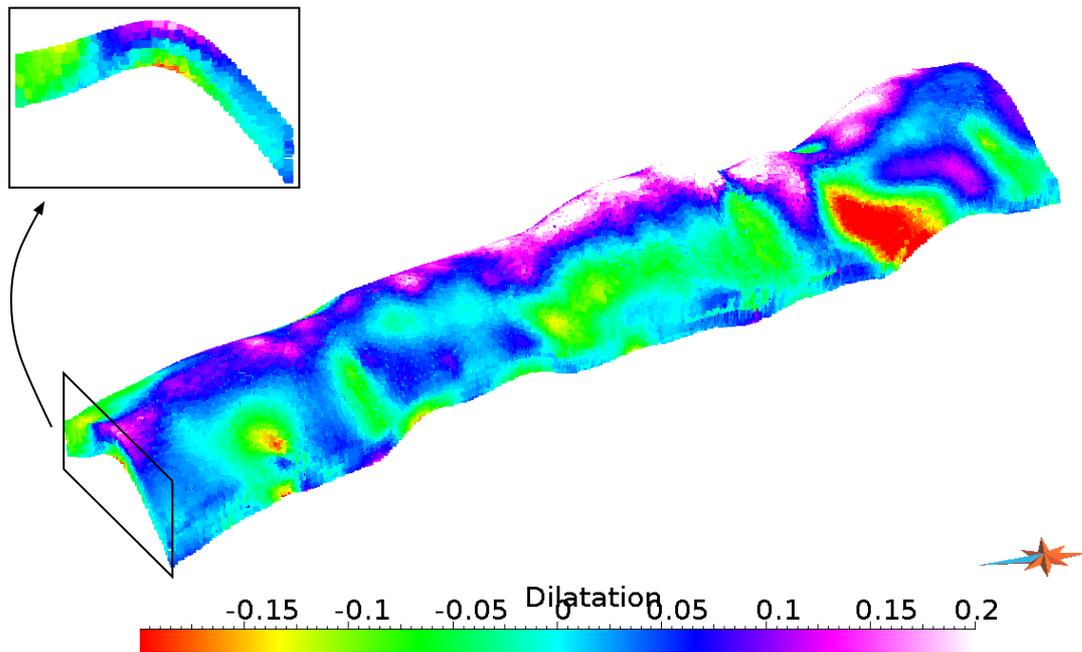


FIG. 5.12 : Dilatation θ sur le modèle précédent, calculée à partir de la paramétrisation de la figure 5.11 (exagération verticale $\times 2$). Les valeurs sont constantes sur chaque tétraèdre et sont représentées comme un point au centre de celui-ci. Le détail de la section de gauche met en évidence la dilatation plus élevée au sommet de la couche qu'à la base.

Il est intéressant de comparer la dilatation avec la courbure mesurée sur l'horizon du sommet, par exemple. La figure 5.13 montre que des résultats très similaires sont observés, ce qui est en accord avec le modèle théorique de *pure bending* (voir paragraphe 2.3.3).

Cet exemple simple montre que le tenseur de déformation ainsi calculé depuis une paramétrisation GeoChron semble valide.

Le choix de l'horizon de référence et du style de déformation

Dans le processus précédent, on peut toutefois remarquer que la dilatation (figure 5.12) est positive au sommet du volume et négative à la base. En conséquence, il existe au milieu du volume des points de dilatation nulle. On observe que ces points correspondent à l'horizon qui a été choisi lors de la paramétrisation comme horizon de référence portant une paramétrisation 2D.

La paramétrisation 2D avait été calculée de telle sorte qu'elle minimise les déformations sur l'horizon. Les points correspondants étant utilisés comme contraintes DSI, cette paramétrisation se retrouve dans le volume. En conséquence, le long de cet horizon, la dilatation volumique reste minimale donc égale à 0. Cet horizon est alors le plus proche possible de la fibre neutre (voir paragraphe 2.3.2, [Hills, 1963]).

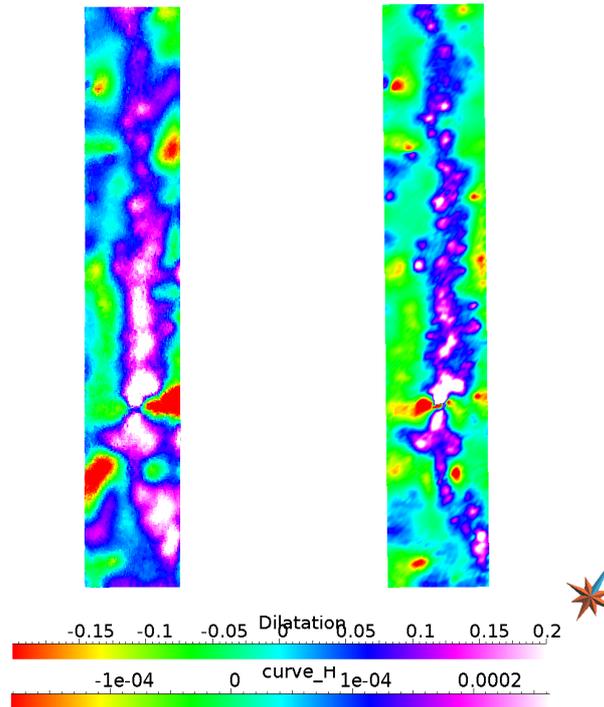


FIG. 5.13 : Comparaison de la dilatation θ et de la courbure moyenne. À gauche, vue en carte de la dilatation sur le volume, à droite, vue en carte de la courbure gaussienne moyenne sur l'horizon supérieur du modèle. La similarité entre les deux images correspond bien au modèle théorique de déformation en pure bending.

Le choix de l'horizon de référence n'est donc pas neutre puisqu'il conditionne la position de la surface le long de laquelle la déformation sera minimale. Dans l'exemple présenté ici, si cet horizon est choisi plus bas ou plus haut (figure 5.14), les valeurs de dilatation ne sont plus les mêmes bien que la répartition des valeurs reste similaire (la dilatation va en grandissant de la base vers le sommet du volume).

De plus, nous avons choisi de construire la paramétrisation GeoChron en utilisant la contrainte DSI d'orthogonalité 3D (voir paragraphe 3.3.1). Cette contrainte impose que tout le volume se soit déformé en un seul bloc, sans glissements internes. Si on choisit, à l'inverse, de modéliser une déformation par *flexural slip* en utilisant la contrainte DSI de *conformal mapping* étendu (voir paragraphe 3.3.2) qui impose que la projection de la paramétrisation sur chaque horizon soit une paramétrisation 2D de cet horizon, on obtient des résultats différents (figure 5.15 ou encore figure 3.20 sur un autre jeu de données).

En effet, cette contrainte impose cette fois-ci un style de déformation différent, où le glissement banc sur banc est autorisé. En conséquence, une partie de la déformation est absorbée par ce glissement. La dilatation reste la même mais les autres invariants sont différents. En particulier, la somme des sous-déterminants du tenseur de déformation est plus importante, ce qui reflète le cisaillement qui influe majoritairement sur les termes non-diagonaux du tenseur.

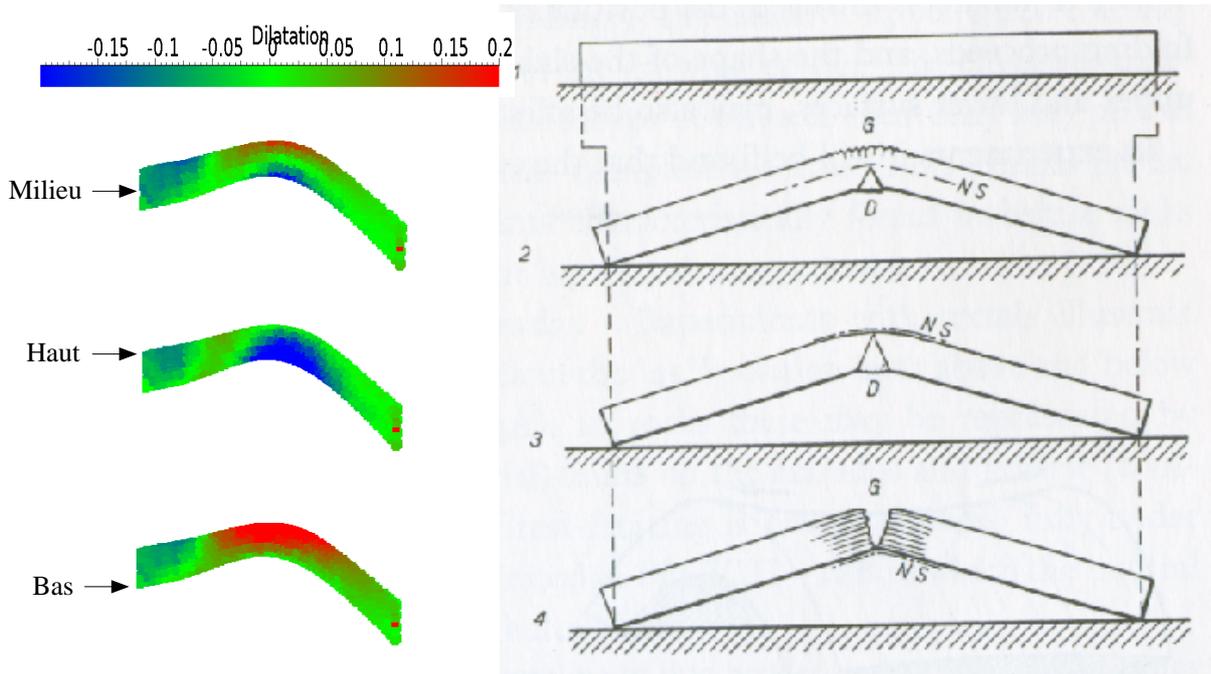


FIG. 5.14 : Influence de la position de l'horizon de référence de la paramétrisation sur le tenseur de déformation. À gauche, la dilatation vue sur une coupe dans le modèle précédent (exagération verticale $\times 2$), l'horizon de référence étant positionné au milieu, en haut ou en bas. À droite, modèle théorique d'une poutre en pure bending suivant la position de la surface neutre (NS) : on observe bien, dans les deux cas, une dilatation (en rouge ou marquée G) au dessus de la surface neutre et une compression (en bleu ou marquée D) en dessous (schéma d'après [Hills, 1963], p. 221).

Cet exemple simple montre bien que la paramétrisation GeoChron, même si elle permet d'obtenir une image du tenseur de déformation, est fortement limitée lorsqu'il s'agit d'utiliser ce tenseur car il reflète pour beaucoup les données et paramètres d'entrée, et en particulier le style de déformation, qui ont été fournies lors du calcul de la paramétrisation.

5.2.3 Intérêts et limitations de l'approche

Modélisation des réservoirs fracturés

De nombreux réservoirs pétroliers sont fortement fracturés (voir [Nelson, 2001]) et les fractures jouent un grand rôle dans les écoulements de fluide (voir [Antonellini et Aydin, 1994]), soit en tant que drain soit, au contraire, en tant que zones scellées. La fracturation des terrains est contrôlée par les contraintes subies par le réservoir. Cependant, les fractures sont des objets de petite taille et qui ne sont généralement pas visibles sur les données disponibles : ce sont des objets subsismiques et leur prévision à partir d'observations sur les puits nécessite des informations secondaires sur leur répartition dans le

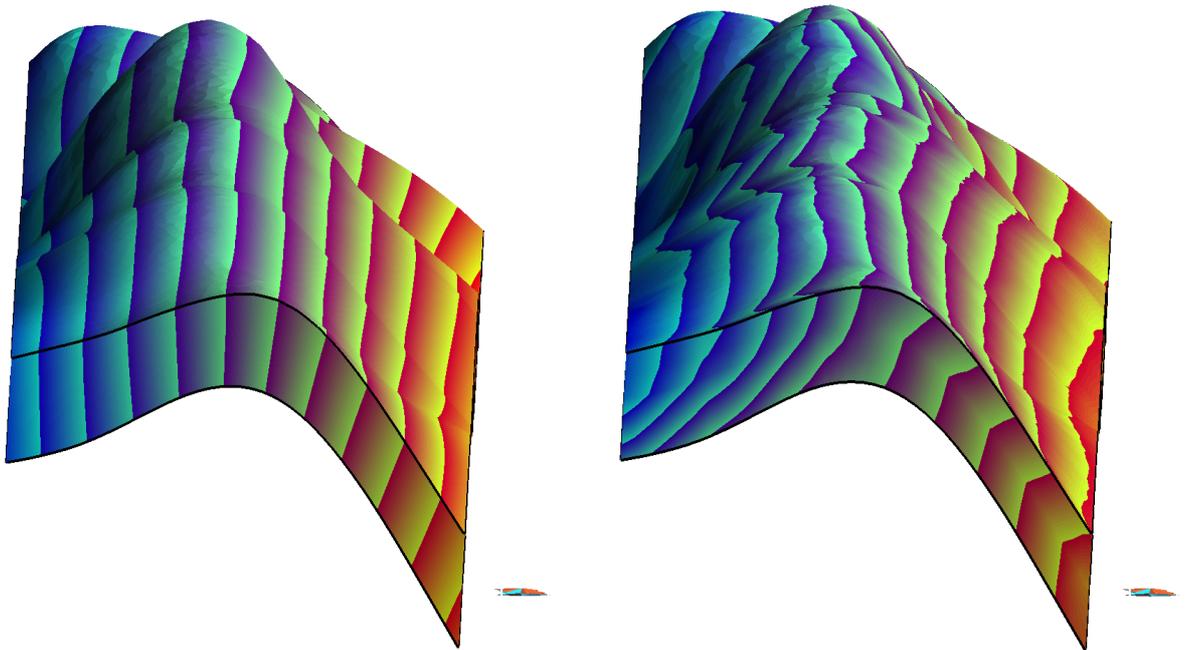


FIG. 5.15 : Vue en coupe de la composante v de la paramétrisation orthogonale (à gauche) et de la paramétrisation conformal mapping (à droite). Dans le premier cas, il s'agit de pure bending sans cisaillement interne (modèle « plaque mince »), les lignes d'isovaleurs de v convergent vers l'axe du pli. Dans le deuxième cas, le flexural slip introduit du cisaillement interne (modèle « plaque épaisse ») et tend à conserver constante la longueur des intervalles entre lignes d'isovaleurs de v le long des horizons.

volume. Dans cette optique, les approches les plus courantes se basent sur le calcul d'un tenseur des contraintes que l'on essaye de relier à la formation des fractures.

Il existe un lien entre tenseur des contraintes et tenseur de déformation, mais ce lien est complexe. Dans les cas simples, on peut utiliser des lois de comportement comme la loi de Hooke ([Sédov, 1975]) qui relie les contraintes aux déformations par l'intermédiaire de paramètres caractéristiques de la roche comme les coefficients de Lamé ou le coefficient de Poisson et le module d'Young.

L. Macé a proposé récemment ([Macé *et al.*, 2004b], [Macé *et al.*, 2004a]) une méthode permettant de prendre en compte des incertitudes sur cette loi ainsi que sur les paramètres de la roche. Il devient alors possible de calculer depuis le tenseur de déformation la probabilité de fracturation en chaque point du volume. On peut ensuite, par exemple, simuler un réseau de fractures depuis cette probabilité pour observer son influence sur les écoulements de fluides.

Il devient alors possible grâce au modèle GeoChron de reconstituer des modèles de propriété complexes qui prennent en compte tous les facteurs jouant sur les propriétés :

- le contexte sédimentaire et stratigraphique à l'échelle réservoir est intégré par le biais des méthodes géostatistiques dans l'espace paramétrique (figure 5.2) ;

- l'influence de la déformation à petite échelle, c'est-à-dire de la fracturation, est approchée au travers des modèles de fractures, lesquels sont basés sur le tenseur de déformation calculé par la paramétrisation ;
- enfin, les effet des failles sur les propriétés peuvent être pris en compte par l'intermédiaire de cartes de distance aux failles.

Limites de validité

L'approche proposée permet d'estimer le tenseur de déformation en tout point d'un volume à partir d'une paramétrisation 3D. Elle a cependant des limites d'application assez strictes.

Tout d'abord, le tenseur est calculé entre l'état actuel du modèle et un état initial où toutes les couches sont dépliées et toutes les failles ont disparu. Cela signifie que le tenseur qui est calculé correspond à la déformation la plus simple pour passer de cet état initial à l'état actuel, sans tenir compte du chemin réellement suivi par les terrains.

En conséquence, le tenseur obtenu est un tenseur *total* au sens où seule la déformation globale entre l'état initial et l'état actuel est prise en compte. Il est donc impossible de tenir compte du chemin suivi par les terrains. Par exemple, lorsqu'un pli compressif se forme, même si au final les flancs sont plats (mais inclinés), il est rare qu'ils le soient restés durant toute la déformation et ils sont fréquemment fracturés (voir par exemple [Silliphant *et al.*, 2002] ou [Wilkins et Gross, 2002] pour une étude de la fracturation sur les flancs de l'anticlinal de Split Mountain (Utah) utilisé dans le chapitre 3). Cette déformation n'est pas appréhendée dans le modèle GeoChron.

De plus, nous calculons simultanément, en tout point du volume, le tenseur total de déformation. Or dans certains contextes, en particulier en présence de plissements ou de ruptures synsédimentaires, il est utile de modéliser les déformations couche par couche en dépliant successivement les différentes couches (voir par exemple [Rouby *et al.*, 2000] ou [Massot, 2002]) ce qui est impossible. Il n'est pas non plus possible de modéliser des déformations à plusieurs phases.

D'autre part, nous avons vu que le tenseur de déformation prenait en compte le style de déformation qui avait été désigné par le biais des contraintes DSI utilisées. Il est évidemment possible d'éditer localement ou globalement la paramétrisation GeoChron (comme décrit dans le paragraphe 3.2.3) afin de prendre en compte des styles plus variés (des combinaisons entre les deux extrêmes ou des styles différents suivant les endroits) mais il n'en reste pas moins que le tenseur de déformation final est très dépendant des choix initiaux.

Le tenseur dépend aussi du choix de l'horizon de référence qui a été utilisé pour construire la paramétrisation et qui conditionne la position de la surface neutre dans le volume, or peu d'éléments géologiques permettent d'établir la position de cette surface. De plus, cette surface peut se déplacer au cours du temps et n'être pas la même pour toutes les couches.

Enfin, la correspondance entre un tenseur de déformation et un tenseur des contraintes, ou plus encore une répartition de fractures, est complexe et nous n'avons donné ici qu'une

piste possible (voir [Guiton, 2001] par exemple pour des travaux sur les relations entre fracturation, contraintes et déformations).

Malgré ces limites, il est intéressant de noter que le calcul du tenseur de déformation depuis l'espace paramétrique est uniquement une conséquence du cadre mathématique. Obtenir ce tenseur ne nécessite presque aucun calcul supplémentaire, une fois la paramétrisation calculée, et ne prend que quelques secondes. Bien que limité, cet outil permet donc au géologue d'avoir une première idée sur les caractéristiques du tenseur de déformation qui peut ensuite être complétée par des méthodes plus complexes si la situation ou les besoins l'exigent.

5.3 Mise en cohérence de données sismiques

Les applications que nous avons présentées précédemment se basaient sur un modèle GeoChron déjà construit et considéré comme valide. Nous présentons ici une méthode utilisant des données initiales, par exemple issues de la sismique, permettant à la fois une meilleure compréhension de ces données et la construction, par un processus itératif, d'un modèle GeoChron plus exact.

La connaissance simultanée d'un modèle GeoChron, c'est-à-dire de coordonnées paramétriques (u, v, t) en tout point d'un volume, et d'un cube d'attributs permet d'envisager de déplier ce cube : de même que la représentation des horizons dans l'espace paramétrique figure un dépliage de ces horizons et qu'il est possible de calculer le tenseur des déformations correspondant à ce dépliage, la représentation du cube d'attributs dans l'espace paramétrique est un dépliage volumique des données sismiques.

5.3.1 Dépliage d'un cube d'attributs sismiques

Pouvoir observer les données d'un cube sismique dans un espace déplié présente plusieurs avantages en terme d'interprétation principalement. En effet, si les réflecteurs sont horizontaux, ils sont plus faciles à caractériser. De plus les failles apparaissent dans les cubes sismiques comme des zones de fort bruit et supprimer leur effet géométrique permet de mieux suivre les réflecteurs de part et d'autre. Plus globalement, l'intérêt est d'effectuer des manipulations simples sur les données à un stade très précoce de la chaîne d'étude.

Plusieurs auteurs se sont intéressés au problème du dépliage d'un cube sismique. On peut distinguer plusieurs approches, suivant le but recherché :

- Certains travaux comme par exemple ceux de Rutten [Rutten, 2004] sont très proches du dépliage surfacique ou volumique ([Massot, 2002], [Rouby *et al.*, 1993]). Dans ce contexte, il s'agit de déplier un horizon principal en déformant le reste des terrains pour accommoder ce dépliage. L'approche est très cinématique et a les mêmes objectifs que les dépliages volumiques sans toutefois passer par une étape de construction d'un modèle surfacique ou volumique.
- D'autres approches visent à faciliter le pointé d'objets (horizons, chenaux...) sur la sismique en supprimant dans un premier temps tous les effets structuraux ou encore à associer facilement chaque échantillon sismique à une couche géologique. Ainsi,

Lomask ([Lomask, 2003], figure 5.16 à gauche) utilise une transformée de Fourier sur les pendages des réflecteurs pour obtenir un dépliage global du cube. Stark ([Stark, 2004], figure 5.16 à droite) définit un *Relative Geologic Time* similaire au paramètre *temps* du modèle GeoChron pour calculer l'âge de chaque échantillon sismique, à des fins de visualisation essentiellement.

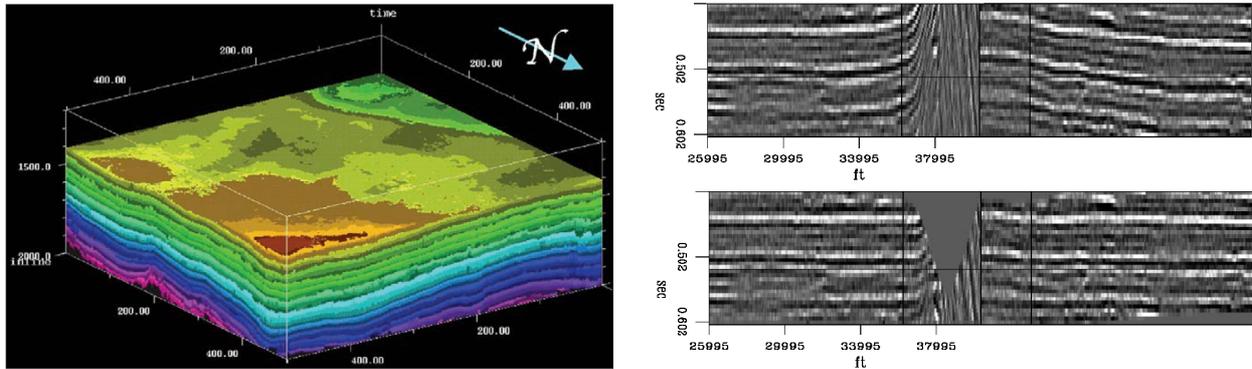


FIG. 5.16 : Exemples de méthodes de dépliage d'un cube sismique. À gauche, calcul du Relative Geologic Time [Stark, 2004] similaire au temps du modèle GeoChron. À droite, dépliage d'une section (en haut, la section initiale, en bas, la section dépliée) par transformée de Fourier sur les pendages [Lomask, 2003].

Cette dernière approche est comparable à la nôtre, mais elle est cependant fondamentalement plus limitée. D'une part, c'est une méthode strictement unidimensionnelle verticale alors que, non seulement le *temps* intègre des variations latérales, mais le modèle GeoChron prend aussi en compte explicitement des coordonnées paléo-géographiques (u, v). En particulier, le caractère unidimensionnel (dans la direction verticale) ne permet pas de prendre en compte correctement les failles non verticales et plus particulièrement les failles inverses. Par conséquent, cette méthode est adaptée au pointé de structures, par exemple, mais ne permet pas d'études quantitatives plus complexes car les axes du cube ainsi déplié n'ont pas de cohérence globale.

D'autre part, ces méthodes se basent uniquement sur le cube sismique et calculent ce pseudo-temps à partir de critères géométriques sur les réflecteurs ou de critères sur l'évolution de la phase dans le volume. Dans les deux cas, tous les réflecteurs sont pris en compte, qu'il s'agisse d'horizons géologiques ou de limites stratigraphiques non-isochrones. Cela implique que le modèle obtenu ne peut pas être affiné par ajout ou suppression d'horizons et qu'il peut prendre en compte des données de manière incohérente. Ces modèles sont aussi incapables de prendre en compte des données autres que le cube sismique lui-même, comme des horizons ou des puits.

Finalement, ces méthodes ont pour principal avantage de ne pas nécessiter la construction d'un modèle géométrique à partir du cube sismique et peuvent donc être utilisées dans une phase très précoce du traitement. En contrepartie, elles manquent de souplesse et donnent un résultat relativement fruste. La méthode que nous proposons ici, bien que plus lourde car elle ne peut être appliquée qu'après la construction d'un modèle GeoChron initial, permet d'obtenir des résultats plus étendus.

5.3.2 Visualisation des données sismiques dans l'espace paramétrique

Si on suppose qu'un modèle GeoChron a été construit sur un volume couvert par un cube d'amplitude sismique, alors en tout point du domaine initial on connaît simultanément la paramétrisation GeoChron (u, v, t) (interpolée entre les nœuds de la grille) et une valeur d'un attribut géophysique. Il est alors possible de représenter la propriété géophysique dans l'espace paramétrique avec la méthode suivante³ :

1. Le maillage tétraédrique est d'abord répliqué dans l'espace paramétrique en déplaçant chaque nœud à ses coordonnées paramétriques.
2. Comme dans le cadre de l'édition locale des vecteurs rejet (voir paragraphe 4.3.3), chaque nœud du nouveau maillage conserve ses coordonnées initiales dans l'espace géologique.
3. L'attribut géophysique est ensuite affiché sur ce maillage grâce aux méthodes de plaquage de texture, en utilisant les coordonnées géologiques de chaque nœud comme coordonnées de texture (figure 5.17).

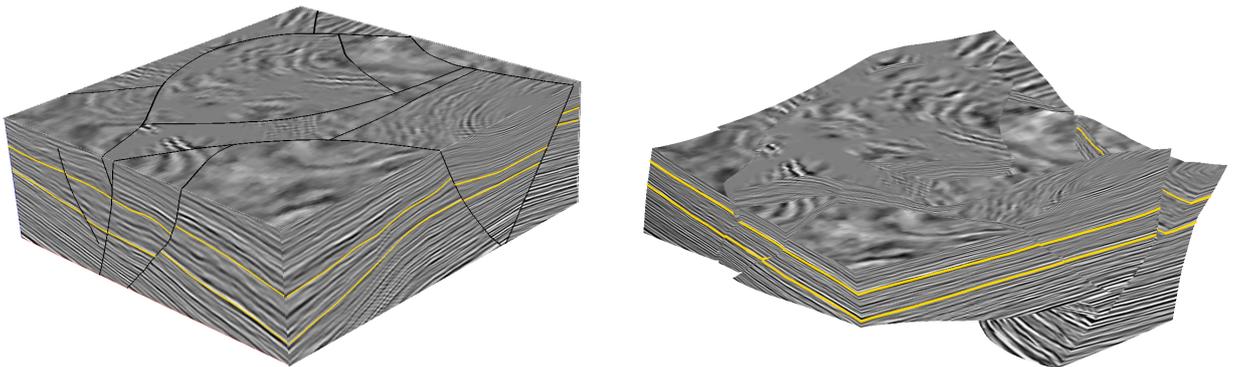


FIG. 5.17 : Cube d'amplitude sismique synthétique visualisé dans l'espace géologique (à gauche) et dans l'espace paramétrique (à droite). Les réflecteurs majeurs (par exemple les deux horizons jaunes) sont mis à plat.

Contrairement aux techniques précédemment décrites, la totalité du volume est déplié en une seule fois et le dépliage ne s'effectue pas uniquement verticalement (suivant t) mais aussi horizontalement (suivant (u, v)).

- En conséquence, il devient possible de combiner les objectifs des différentes méthodes :
- les calculs volumiques liés au tenseur de déformation, présentés précédemment, peuvent être appliqués (par exemple pour comparer un attribut sismique indicateur de la fracturation avec le tenseur de déformation ou de contrainte) ;
 - les différents horizons sont normalement mis à plat et leur pointé automatique est facilité de même que l'étude des structures sédimentaires intermédiaires ;

³La méthode est décrite dans le cas des maillages tétraédriques mais peut s'adapter à n'importe quel type de maillage.

- la visualisation des données sismiques associées à une couche ou un horizon du modèle est aisée (figure 5.18).

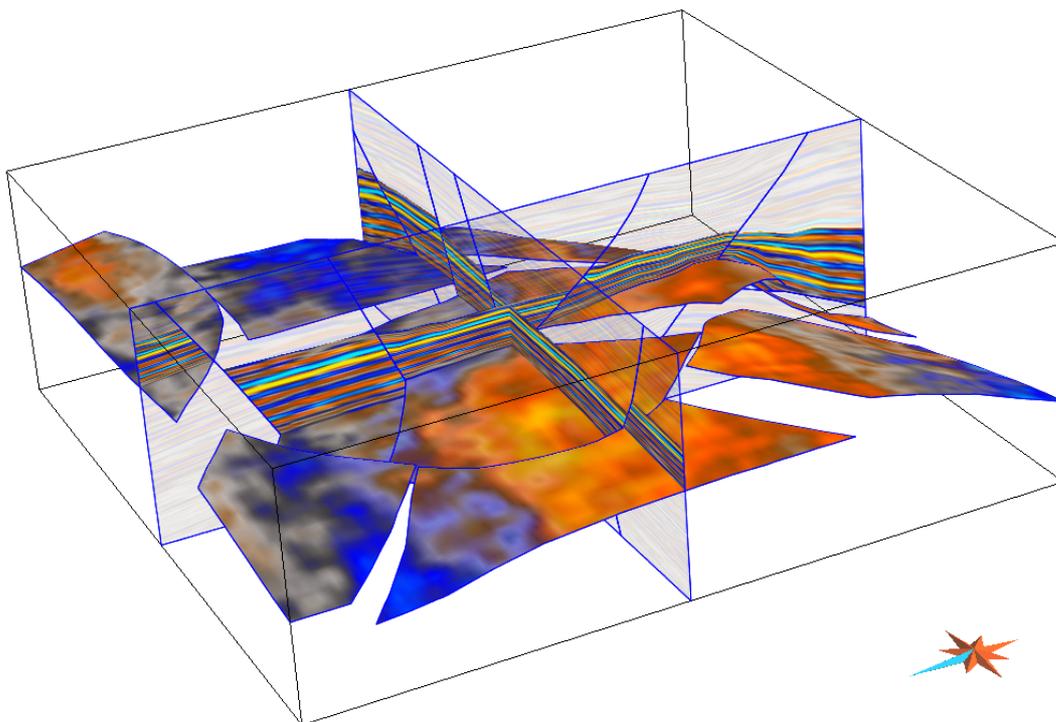


FIG. 5.18 : Visualisation de l'amplitude sismique correspondant à une couche géologique particulière. L'existence de la paramétrisation permet de définir une couche géologique dans l'espace \bar{G} entre deux surfaces d'isovaleur du paramètre t . Un masque de transparence est alors appliqué à tous les terrains en dehors de cette couche qui apparaît clairement dans l'espace géologique (d'après les travaux de T. Frank, [Frank, 2005]).

À ces applications, l'existence du modèle GeoChron indépendamment du cube sismique et donc la possibilité de modifier ce modèle, ouvre la voie à des fonctionnalités de mise à jour du modèle :

- Des réflecteurs qui dans un premier temps n'avaient pas été utilisés pour construire le *temps* géologique, peuvent à posteriori y être inclus.
- Les zones faillées, fortement bruitées dans un cube sismique, apparaissent plus clairement dans le modèle déplié.
- Les failles majeures qui n'auraient pas été pointées dans un premier temps affectent clairement le cube sismique dans l'espace paramétrique (figure 5.19).

Discussion sur la méthode

Il s'agit toutefois d'être prudent dans l'usage de cet outil. Du fait de la transformation qui est faite sur les données, cela n'a pas de sens de considérer des attributs géophysiques qui reflètent la géométrie au voisinage d'un point. En particulier, dans le cadre de la sismique, des attributs structuraux tels que la mesure du pendage des couches ne sont pas

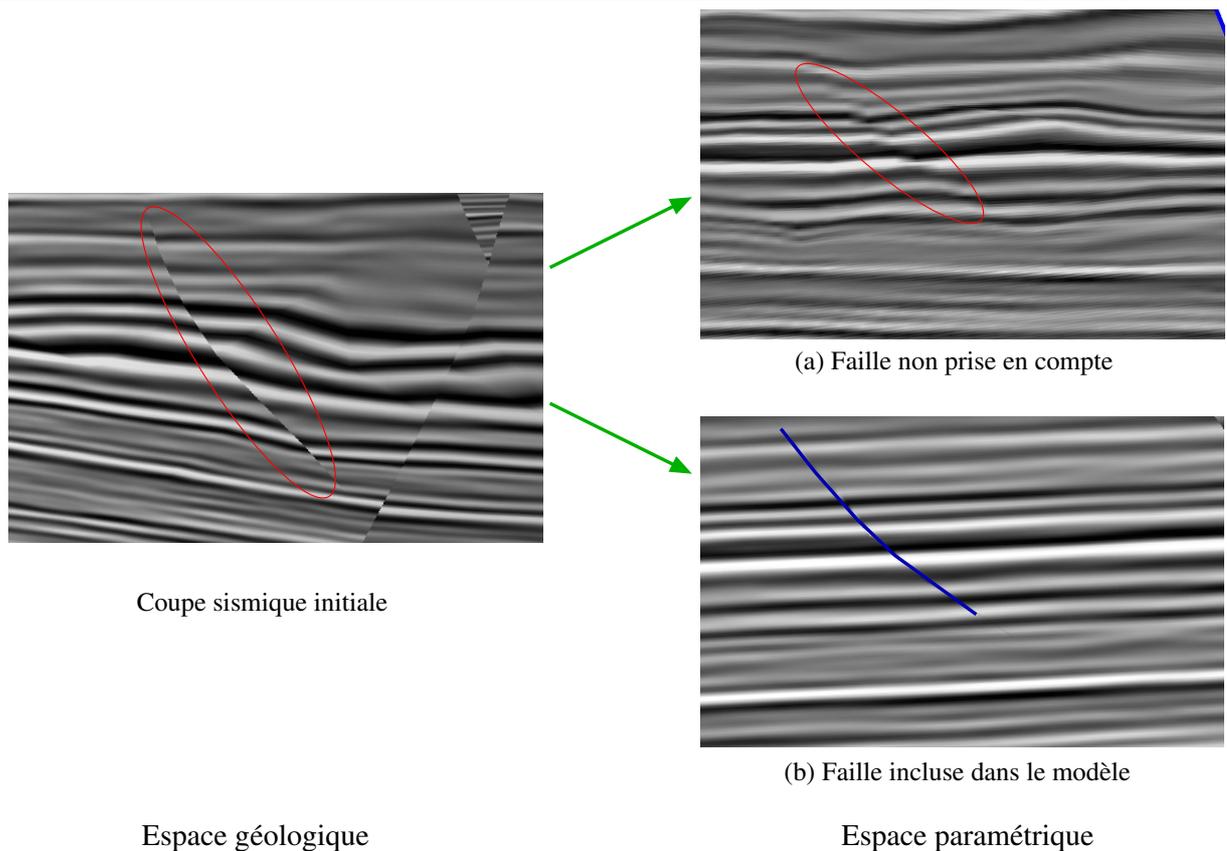


FIG. 5.19 : *Intégration de failles supplémentaires grâce à l'interprétation sismique dans l'espace paramétrique. À gauche, coupe dans un cube sismique d'amplitude synthétique. À droite, image du cube sismique dans l'espace paramétrique : en (a), la paramétrisation a été calculée sans prendre en compte la faille dans l'ellipse rouge, cette faille apparaît comme une discontinuité et les réflecteurs avoisinants ne sont pas plats; en (b), la paramétrisation prend en compte la faille (pointée en bleu), les réflecteurs sont plats et continus de part et d'autre de la faille.*

utilisables car la relation entre les axes de l'espace géologique réel et les axes de l'espace paramétrique n'est pas triviale.

En revanche, les attributs qui caractérisent uniquement un point ou un volume élémentaire autour de ce point, comme l'impédance ou l'amplitude et la phase instantanée ([Labrunye, 2004], [Taner *et al.*, 1979] ou [Brown, 1987]), généralement considérés comme des indicateurs en relation avec la présence de gaz ou de pétrole⁴ ou encore des attributs caractéristiques de la fracturation en un point, sont utilisables avec cette méthode.

D'autre part, dans le cadre de l'étude des structures sédimentaires, il s'agit de garder à l'esprit que le modèle GeoChron, s'il est similaire à un diagramme de Wheeler, n'est pas strictement équivalent à cause de l'absence de vides (voir paragraphe 5.1.3). En consé-

⁴Ils mettent en évidence en particulier les *bright spots* (anomalie de l'amplitude sismique provoquée par les hydrocarbures), les *dim spots* (atténuation du signal souvent due à la présence d'hydrocarbures) ou les *flat spots* (forte réflexion horizontale due à l'interface eau-hydrocarbures).

quence, les structures observées dans l'espace paramétrique ne sont visualisées ni avec leur épaisseur vraie, ni avec leur « épaisseur-temps » vraie.

Toutefois, le modèle GeoChron permet aussi de visualiser les données dans l'espace géologique initial le long de surfaces structurales, en particulier d'horizons quelconques, ce qui devrait grandement faciliter, par exemple, le suivi de chenaux dans un contexte déformé.

Enfin, les cubes sismiques et les données géophysiques en général présentent des volumes de données extrêmement élevés, dépassant fréquemment le giga-octet et pouvant atteindre plusieurs centaines de giga-octets. Dans de telles conditions, la vitesse de calcul et l'optimisation des structures de stockage et d'accès aux données devient un point crucial. Dans notre cas, la plupart des applications que nous proposons impliquent d'utiliser le cube sismique comme une texture 3D dans le cadre d'un plaquage de texture (comme pour la représentation des propriétés pétrophysiques dans l'espace géologique) et la gestion de textures de cette taille est complexe.

Cependant, l'intégration de la sismique avec un modèle GeoChron permet d'envisager d'aller plus loin que la simple visualisation des données, en modifiant le modèle GeoChron pour mieux s'adapter à la sismique.

Conclusion et perspectives

La visualisation et la prise en compte des données sismiques n'a été qu'effleurée dans le cadre de cette thèse, cependant quelques pistes semblent possibles et laissent entrevoir de nombreux travaux.

Ainsi, en particulier, on pourrait envisager de mettre à jour interactivement un modèle GeoChron. Par exemple, en fonction de réflecteurs repérés dans l'image dans l'espace paramétrique d'un cube sismique, de nouveaux horizons seraient construits ou modifiés, affectant donc le paramètre *temps* du modèle GeoChron. En allant plus loin, c'est le maillage lui-même qui peut être déformé pour prendre en compte de nouvelles informations (position d'une faille, ajout ou suppression d'une faille etc.). Cette étape, qui fait l'objet de travaux en cours par A.-L. Tertois ([Tertois, 2005]), est certainement plus complexe, en particulier lorsque la topologie du réseau de faille change car il faut alors aussi reconstruire le modèle topologique du volume tétraédrisé.

Au final, l'intégration de méthodes de traitement automatisé du cube sismique (par exemple de l'extraction d'horizons ou de failles [Labrunye, 2004]) avec le modèle GeoChron pourrait mener à un cadre de travail bien plus vaste que ceux utilisés actuellement. En effet, le géologue interpréteur pourrait avoir dans un même contexte informatique à la fois des données sismiques et des données surfaciques ou même volumiques extraites de cette sismique et replacées dans le cadre d'un modèle GeoChron.

Il deviendrait alors plus facile d'intégrer simultanément dans le modèle en cours de construction des informations de différents domaines : attributs sismiques, données structurales (comme le style de déformation), contexte sédimentaire et même modèles de propriété pétrophysiques.

Cependant, cet objectif est encore lointain à l'heure actuelle car il nécessite une très grande intégration d'outils qui appartiennent actuellement à des domaines différents. De plus, ce cadre de travail nécessiterait de nombreux développements dans le sens de l'optimisation des calculs et de la visualisation car il serait nécessaire d'accéder, de calculer et de modifier simultanément de très gros volumes de données.

À une échelle plus réduite, la mise à jour d'un modèle GeoChron permettrait de construire progressivement un modèle en intégrant petit à petit les différentes données (failles, horizon. . .) et en modifiant en accord soit la paramétrisation seule, soit la géométrie du maillage et la paramétrisation. Il devrait ainsi être possible de mieux estimer quels sont les éléments majeurs du domaine étudié et quels sont ceux dont l'influence peut être négligée. Des travaux sont en cours sur ce thème au sein du laboratoire.

